

Experimentelle Untersuchungen zur Biegung der Fliegenrute

verfasst & aufgestellt von Bauassessor Tobias Hinzmann

Inhaltsverzeichnis:

VORWORT	2
A) GRUNDLAGEN	3
B) GEOMETRISCHE UNTERSUCHUNGEN	4
B1) FLEXIBLE FLIEGENRUTE	4
<i>B1.1) Biegeverhalten der flexiblen Fliegenrute</i>	5
B2) ABSOLUT STEIFE FLIEGENRUTE.....	7
B3) WEGE DER RUTENSPITZEN	8
B4) WIRKUNGSRICHTUNGEN	9
<i>B4.1) Richtung der Geschwindigkeit</i>	9
<i>B4.2) Vektorielle Darstellung der Wirkungsrichtungen und Hebelarm</i>	10
C) DYNAMISCHE UNTERSUCHUNGEN	12
C1) BEGINN DES STOPPS BZW. DER RÜCKSTELLUNG / ENTLADUNG.....	12
C2) WEG-ZEIT-BEZIEHUNGEN AUS DER BILDABFOLGE DER WURFSEQUENZ	15
C3) ERMITTLUNG DER GESCHWINDIGKEITEN AUS DER BILDABFOLGE.....	16
<i>C3.1) Geschwindigkeiten der Spitze der flexiblen Fliegenrute</i>	17
<i>C3.2) Geschwindigkeiten der Spitze der absolut steifen Fliegenrute</i>	17
C4) ERMITTLUNG DER BESCHLEUNIGUNGEN.....	21
D) ERMITTLUNG DER KRÄFTE	22
D1) DIE POTENTIELLE SPANNKRAFT DER FLEXIBLEN FLIEGENRUTE	23
D2) AUF DIE SPITZEN BEIDER FLIEGENRUTEN WIRKENDE KRÄFTE	26
D3) KRÄFTE (MOMENTE) AM GRIFF DER FLIEGENRUTEN	27
E) EFFIZIENZ BZW. ENERGIEÜBERTRAGUNG	29
E1) ENERGIE DER RUTENSPITZEN (NUTZEN)	29
E2) ARBEIT BZW. ENERGIE DER ROTATION (AUFWAND).....	30
E3) EFFIZIENZ DER FLEXIBLEN UND ABSOLUT STEIFEN FLIEGENRUTE	32
E4) ÄNDERUNG DER EFFIZIENZ BEI SICH ÄNDERNDER BIEGUNG	33
F) UNTERSUCHUNG WEITERER EINFLUSSFAKTOREN	34
F1) DER DREHIMPULS	35
F2) DIE TRANSLATIONSBEWEGUNG	38
<i>F2.1) Translationsbewegung der Wurfsequenz</i>	38
<i>F2.2) Reine Translationsbewegung der absolut steifen Fliegenrute</i>	40
F3) ANDERE BEWEGUNGSABLÄUFE DER ABSOLUT STEIFEN FLIEGENRUTE	41
F4) DÄMPFUNG.....	43
G) FAZIT UND SCHLUSSBETRACHTUNGEN	44
G1) NÄHERUNGEN.....	44
G2) ZUSAMMENFASSUNG	45
DANKSAGUNG UND SCHLUSSWORTE	46
<i>Anhang 1: Vergleichsrechnung zu Abschnitt F3 (vertikale Ausgleichsbewegung):</i>	48
<i>Anhang 2: Betrachtungen zum Einfluss der Masse beider Fliegenruten</i>	51
<i>Anhang 3: Erläuterungen zur Drehimpulserhaltung von Dr. Franz- Josef Schmitt</i>	56

Vorwort

Physikalische Untersuchungen neigen dazu kompliziert, anspruchsvoll und wissenschaftlich zu sein. Das dürfte der Grund sein, weshalb die Physik oft nicht bei der Betrachtung des täglichen Lebens herangezogen wird, wenn Leute über Vor- und Nachteile von Dingen oder Sachverhalten sprechen. Tatsächlich besteht unser tägliches Leben aus Physik. Jedes Ding, welches wir im Laufe eines Tages benutzen, angefangen vom Löffel in unserer Tasse Kaffee über die U-Bahn, die uns zur Arbeit bringt, ist Physik. Insbesondere das Verhalten von Sportgeräten wird mit physikalischen Untersuchungen verbessert. Ob der Badeanzug eines Schwimmers oder der Schirm eines Fallschirmspringers - die Physik trägt zur Entwicklung solcher Dinge bei. Oft werden solche Untersuchungen in Laboren durchgeführt, die nur von wissenschaftlichen Mitarbeitern betreten werden. Eine offene Kommunikation über die physikalischen Untersuchungen wird häufig nicht geführt – weil es „zu kompliziert“ erscheint.

Wie auch Tobias glaube ich, dass dies nicht zwangsläufig so sein muss. Es ist vielmehr eine Frage, wie physikalische Zusammenhänge eines Systems verständlich wiedergegeben werden. Die Annahme von dynamischen Randbedingungen für die experimentell festgestellten Daten, eine verständliche Beschreibung jedes vollzogenen Schrittes, eine klare grafische Darstellungen der physikalischen Größen und schließlich ein mathematischer Zugang, der die erhobenen Daten mit Formeln beschreibt, die aus der Schulzeit bekannt sind und auf komplizierte Differential- und Integralrechnungen verzichtet, können das ebenso leisten.

Mit dieser Arbeit beabsichtigen Tobias und ich den Leser von den vielen Vorzügen der flexiblen Fliegenrute zu überzeugen, wie sie im Vergleich zu einer absolut steifen Fliegenruten bestehen. Dabei werden die Eigenschaften der Fliegenruten mit vereinfachten, mathematische Ausdrücken beschrieben, wie sie eher in der 9. oder 10. Schulklasse als an Universitäten gelehrt werden. Jeder Schritt wird ausführlich semantisch beschrieben und die Feststellungen sind gut geeignet, eine Vorstellung von den tatsächlichen dynamischen Abläufen einer Fliegenrute zu bekommen als letztendlich einen „Wert“ zu präsentieren, der nach vielen komplizierten Formeln und Berechnungen entsteht und schwer dem physikalischen Objekt zugeordnet werden kann. Daher meinen wir, dass diese Untersuchungen von einem gesellschaftlichen Standpunkt aus betrachtet besser sind als genauere Berechnungen, die teilweise nicht mal innerhalb der theoretischen Physik genau beschrieben werden können und oft auf Berechnungen verweisen, die aus einer „Black Box“ entstanden sind. Dies wäre eine schlechte Ausrede für fehlende Fantasie, wie nämlich tatsächlich komplexe Sachverhalte des täglichen Lebens in eine einfachere Darstellung gebracht werden können.

Wir hoffen, dass diese Untersuchungen auch als Beispiel dafür angesehen wird, wie gesellschaftliche Fragen durch eine genaue Analyse behandelt werden können, um spekulative Diskussionen zu beenden, die nicht bewiesen werden können. Diese Untersuchungen lassen keinen Zweifel daran zu, dass eine herkömmliche, flexible Fliegenrute den Aufwand des Werfers deutlich effizienter in die Beschleunigung der Rutenspitze und der Fliegenschnur übertragen kann, als es eine absolut steife Fliegenrute vermag.

Ich danke Tobias für die Gelegenheit, zur Beantwortung einer Frage von grundsätzlichem Interesse beitragen zu können. Unsere Zusammenarbeit hat mir viel Freude bereitet.

Berlin im November 2014

Dr. Franz- Josef Schmitt

A) Grundlagen

Im Folgenden untersuche ich auf der Grundlage experimenteller Daten physikalisch / mathematisch, welchen Einfluss die Biegung der Fliegenrute auf den Wurf hat.

Die Biegung der Fliegenrute wird anhand einer Wurfsequenz von mir aus dem Sommer 2012 analysiert, in welcher ich einen Leerwurf werfe. Sie wurde mit einer handelsüblichen digitalen Kamera aufgenommen, die 30 Einzelbilder pro Sekunde erzeugt. Die Einzelbilder meiner Wurfsequenz wurden anschließend mit einem Bildbearbeitungsprogramm ausgelesen.

Als Fliegenrute diente eine SAGE 586 RPL+ (2,65 m Länge) mit passender Schnur WF 5 F long belly.

Um den Einfluss der Biegung besser verstehen zu können, werden die Eigenschaften der verwendeten flexiblen Fliegenrute mit denen einer absolut steifen Fliegenrute verglichen¹. Die untersuchten Fliegenruten besitzen damit folgende Eigenschaften:

- 1.) Die flexible Fliegenrute weist die Steifigkeit einer schnellen Rutenaktion auf, den Untersuchungen liegt eine Fliegenrute vom Typ SAGE 586 RPL+ (Schnurklasse 5, 2,65m Länge) zugrunde
- 2.) Die absolut steife Fliegenrute weist eine nahezu unendlich große Steifigkeit auf (E-Modul $\rightarrow \infty$), sie biegt sich während des Wurfes nicht durch.

Ein Vergleich beider Fliegenruten ist dann möglich, wenn sie mit der selben Winkelgeschwindigkeit (Rotationsgeschwindigkeit) geworfen werden. Dies wird in den folgenden Untersuchungen eingehalten.

Um die Untersuchungen in einem überschaubaren Rahmen halten zu können, muss ich zunächst einige Randbedingungen formulieren, die für beide Fliegenruten gleichermaßen gelten:

- Es wird die Rotationsbewegung der Fliegenrute betrachtet. Der Anteil der Translationsbewegung² wird vernachlässigt (da sie einen vergleichsweise geringen Anteil an der Steigerung der Geschwindigkeit hat).
- Beide Fliegenruten werden mit der selben Winkelgeschwindigkeit (Rotationsgeschwindigkeit) geworfen.
- Beide Fliegenruten erhalten keine Masse³.

¹ Die im Folgenden verwendeten Indizes „f“ und „s“ stehen für: „f“ = „flexible Fliegenrute“ und „s“ = „absolut steife Fliegenrute“.

² Auf die Translationsbewegung wird zum Ende der Untersuchungen hin gesondert eingegangen.

³ Insbesondere durch die Annahme masseloser Fliegenruten können einige Zusammenhänge vereinfacht dargestellt werden, die tatsächlich komplexer sind (z.B. das Abbremsen und Nachschwingen). Dadurch sind einige Ergebnisse stark idealisiert, was sich allerdings auf beide Fliegenrute in etwa im selben Maße auswirken sollte. Die im Vergleich getroffenen Feststellungen bleiben deshalb aussagekräftig. Es ist nicht erkennbar, dass durch die Idealisierung eine der beiden Fliegenrute mehr Vorteil bzw. Nachteil erfährt als die andere. Den Einfluss der Masse beider Fliegenruten habe ich im Anhang 2 abgeschätzt.

- Das Abbremsen und Nachschwingen beider Fliegenruten wird vernachlässigt⁴.
- Die Anfangs- und Endstellung beider Fliegenruten liegt bei ca. 40° und 140° bezogen auf die Horizontale.
- Es wird eine längere Fliegenschnur (ca. 20 Meter inklusive Vorfach) unter Anwendung des Doppelzuges geworfen⁵.
- Die Rutenspitzen ziehen an der Masse m der gestreckten Fliegenschnur.
- Beide Fliegenruten besitzen die gleiche Länge L .

Die geometrischen und dynamischen Zahlenwerte werden für die drei Positionen 40°, 90° und 140° der Fliegenrute ermittelt und - sofern erforderlich - zwischen den Positionen interpoliert. Die Skizzen dienen der Visualisierung und sind nicht maßstabsecht. Über den gesamten Bearbeitungszeitraum habe ich darauf geachtet, die physikalischen Zusammenhänge möglichst einfach zu halten und darzustellen⁶.

Die Ergebnisse der Untersuchungen beziehen sich auf eine analysierte Wurfsequenz von mir⁷. Sie sind experimentell ermittelt und dadurch mit Unschärfen behaftet. Auf die Unschärfen gehe ich am Ende der Untersuchungen noch näher ein – kann aber vorwegnehmen, dass die Feststellungen dadurch an sich nicht in Frage gestellt werden.

B) Geometrische Untersuchungen

In diesem Abschnitt untersuche ich die Geometrie (Wegebeziehung) näher, welche eine flexible und eine absolut steife Fliegenrute während des Wurfes beschreiben.

B1) Flexible Fliegenrute

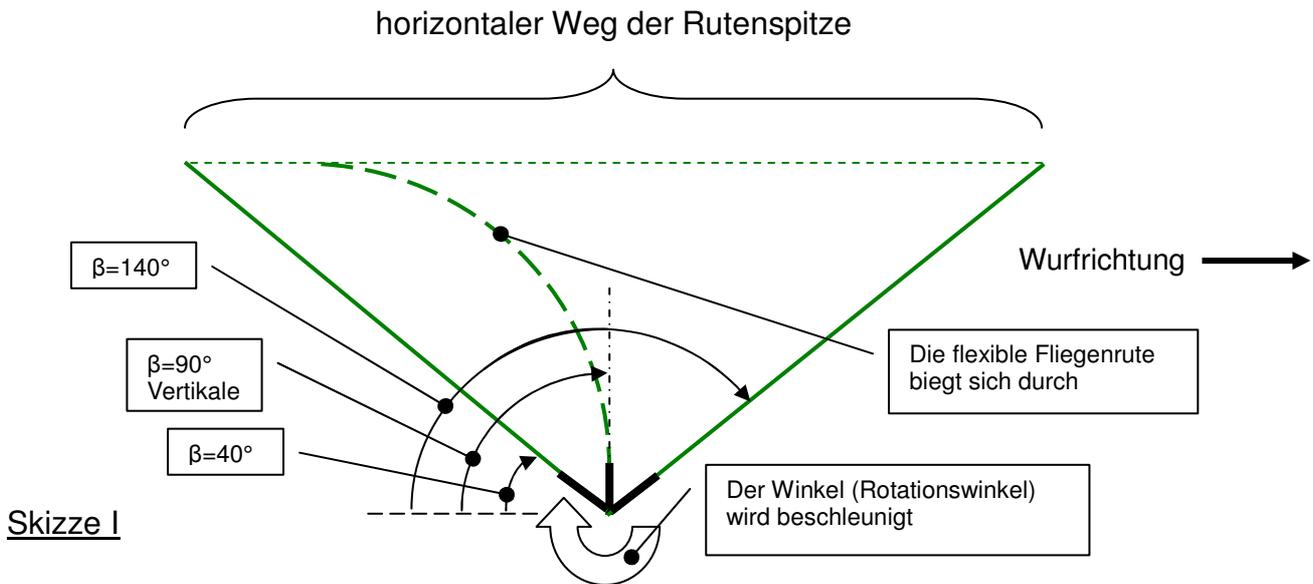
Für die flexible Fliegenrute ergeben sich die nachfolgend dargestellten geometrischen Beziehungen:

⁴ Im Verlaufe meiner Untersuchungen werde ich auf die Auswirkungen, die sich aus den getroffenen Randbedingungen ergeben, immer wieder eingehen und die sich daraus ergebenden Näherungen abschätzen.

⁵ Kurz nach der diesen Untersuchungen zugrunde liegenden Videoaufnahme wurde eine weitere aufgenommen, bei welcher ich die selbe Schnurlänge ohne Doppelzug werfe (daher auch der Hohe Anteil der Translationsbewegung, siehe Abschnitt F2.1). Die Biegung der Fliegenrute wie auch die Schnurgeschwindigkeit waren geringfügig kleiner.

⁶ Auf Differential- und Integralrechnungen habe ich beispielsweise verzichtet. Die Werte werden für die jeweilige Momentaufnahme der Fliegenrute berechnet und stellen die Werte dar, die zu diesem Zeitpunkt in der Fliegenrute wirken. Effekte, die sich aus dem dynamischen Zusammenspiel der einzelnen Kräfte „aus der Bewegung heraus“ während des Wurfes ergeben, sind in den experimentell ermittelten Daten meines Wurfes enthalten und fließen deshalb in diese Momentaufnahme mit ein. Aus diesem Grunde ist davon auszugehen, dass diese Betrachtungsweise realistische Werte abbildet.

⁷ Einzelbilder von Videoaufnahmen anderer Wurfsequenzen von mir zeigen ein nahezu identisches Biegeverhalten der Fliegenrute – obwohl ich in diesen Videoaufnahmen Fliegenruten mit schnellerer (SAGE TCR) und langsamerer Aktion werfe. Der Unterschied bestand im Wesentlichen in der unterschiedlichen Endgeschwindigkeit der Rutenspitzen.



Die flexible Fliegenrute biegt sich durch. Die experimentellen Untersuchungen zeigen, dass dabei der Weg der Rutenspitze annähernd eine Gerade beschreibt (siehe Skizze I).

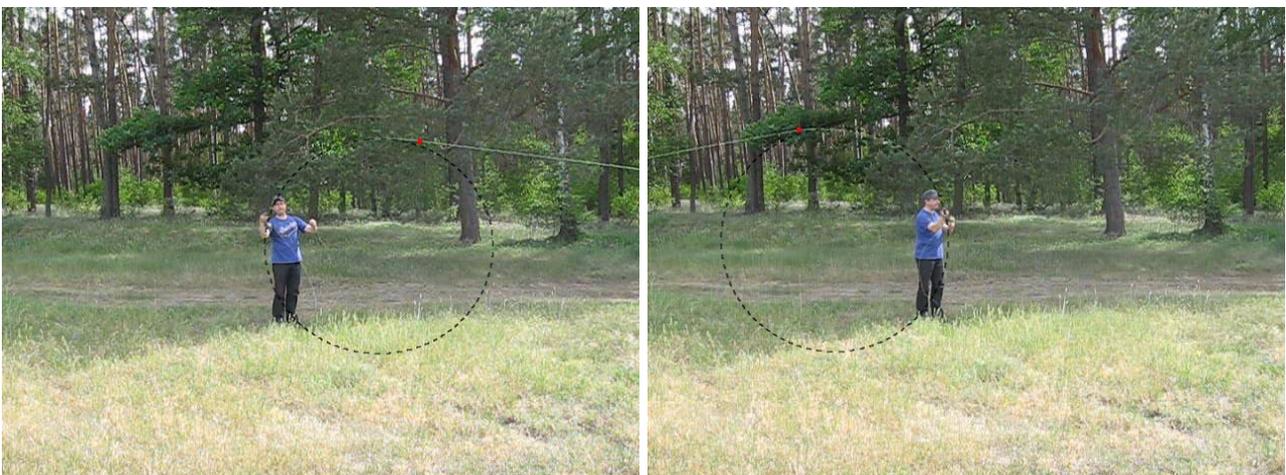
1. Feststellung: Die Biegung der Fliegenrute hilft, dass die Spitze über ihren Weg annähernd eine Gerade fahren kann.

B1.1) Biegeverhalten der flexiblen Fliegenrute

Für die anschließenden Untersuchungen muss die Position der Rutenspitze bestimmt werden. Dafür ist eine genauere Betrachtung des Biegeverhaltens der flexiblen Fliegenrute erforderlich. Meine Wurfsequenz soll darüber Aufschluss geben.

Biegung in der 90° Position (Vertikale)

Zur genaueren Bestimmung der Geometrie der Biegung der Fliegenrute werden zwei Einzelbilder meiner Wurfsequenz genauer betrachtet.



Diese beiden Bilder des Vorwärts- und Rückwurfes zeigen, dass in die Biegung der Fliegenrute gut ein Kreissegment gelegt werden kann. Die beiden Bilder zeigen auch, dass sich die Länge der gebogenen Fliegenrute einem Viertel des Kreisumfanges annähert, wenn der Rutengriff in etwa die vertikale 90° Position erreicht hat. Es gilt

$$U = \pi * d = 2 * \pi * r; L \cong \frac{1}{4} * U$$

mit U= Kreisumfang; d = Kreisdurchmesser; r = Kreisradius; L = Länge der Fliegenrute

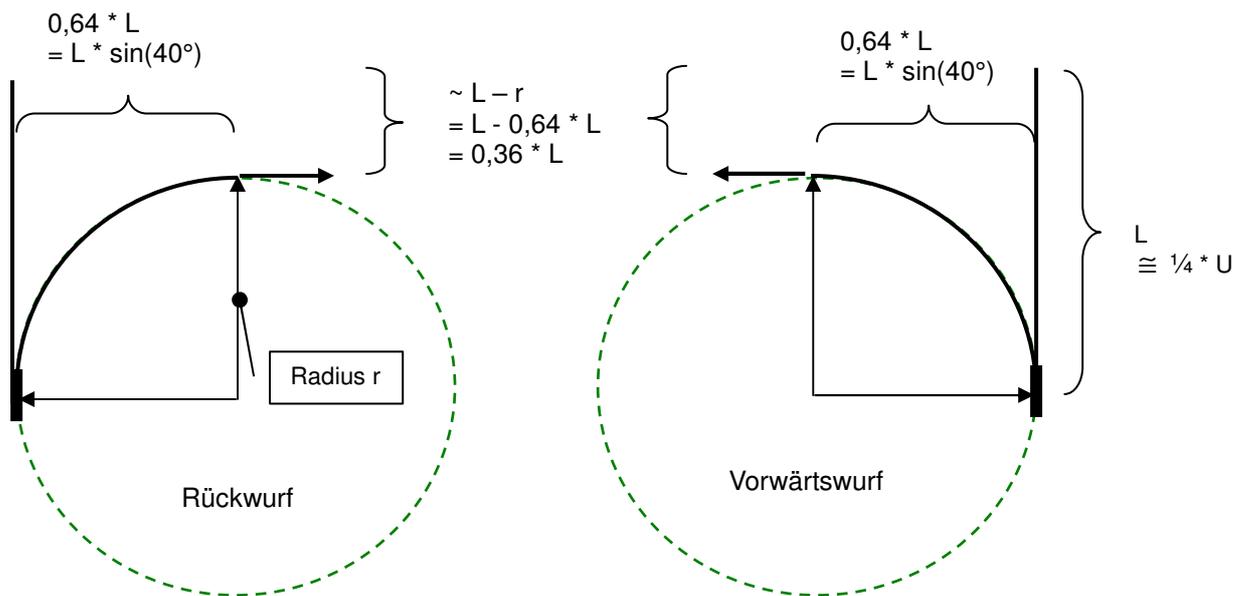
Da die Länge L der Fliegenrute bei vertikaler 90° Position des Rutengriffs rd. einem Viertel des Kreisumfanges U entspricht, ergibt sich für den Radius

$$U = 4 * L = 2 * \pi * r \rightarrow r = \mathbf{0,64 * L}$$

Durch ihre Biegung verkürzt sich die Projektion der Fliegenrute auf die vertikale 90° Position um

$$L - r = L - 0,64 * L = \mathbf{0,36 * L}$$

Die Skizze II zeigt die geometrischen Zusammenhänge der Biegung der Fliegenrute.

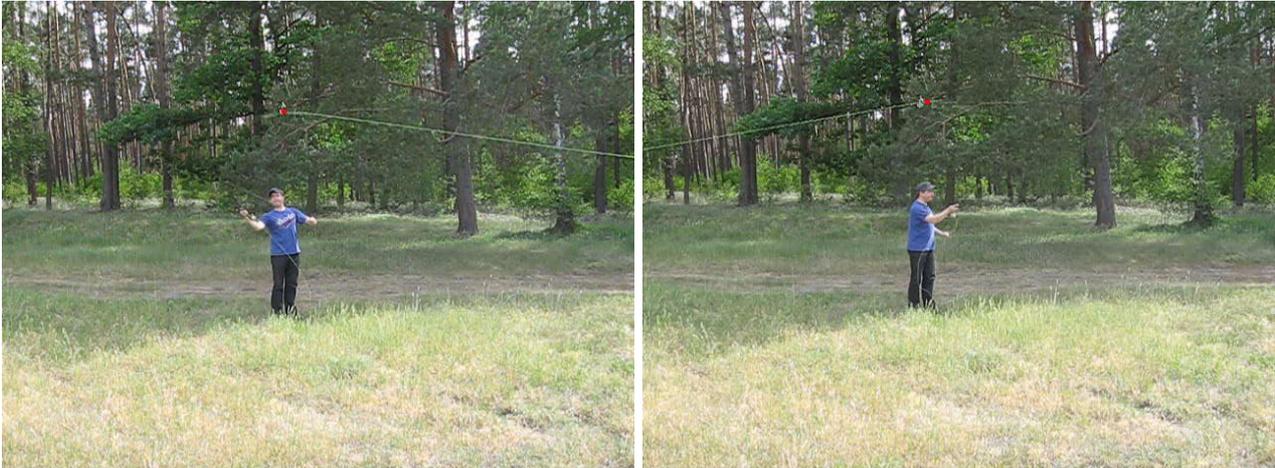


Skizze II

2. Feststellung: Durch die Biegung verkürzt sich die Projektion der Fliegenrute auf die vertikale 90° Position um rd. 1/3 ($0,36 * L$).

Biegung in der 140° Position (Endstellung)

Zur Bestimmung der Geometrie der Biegung der Fliegenrute werden wieder zwei Einzelbilder meiner Wurfsequenz genauer betrachtet.



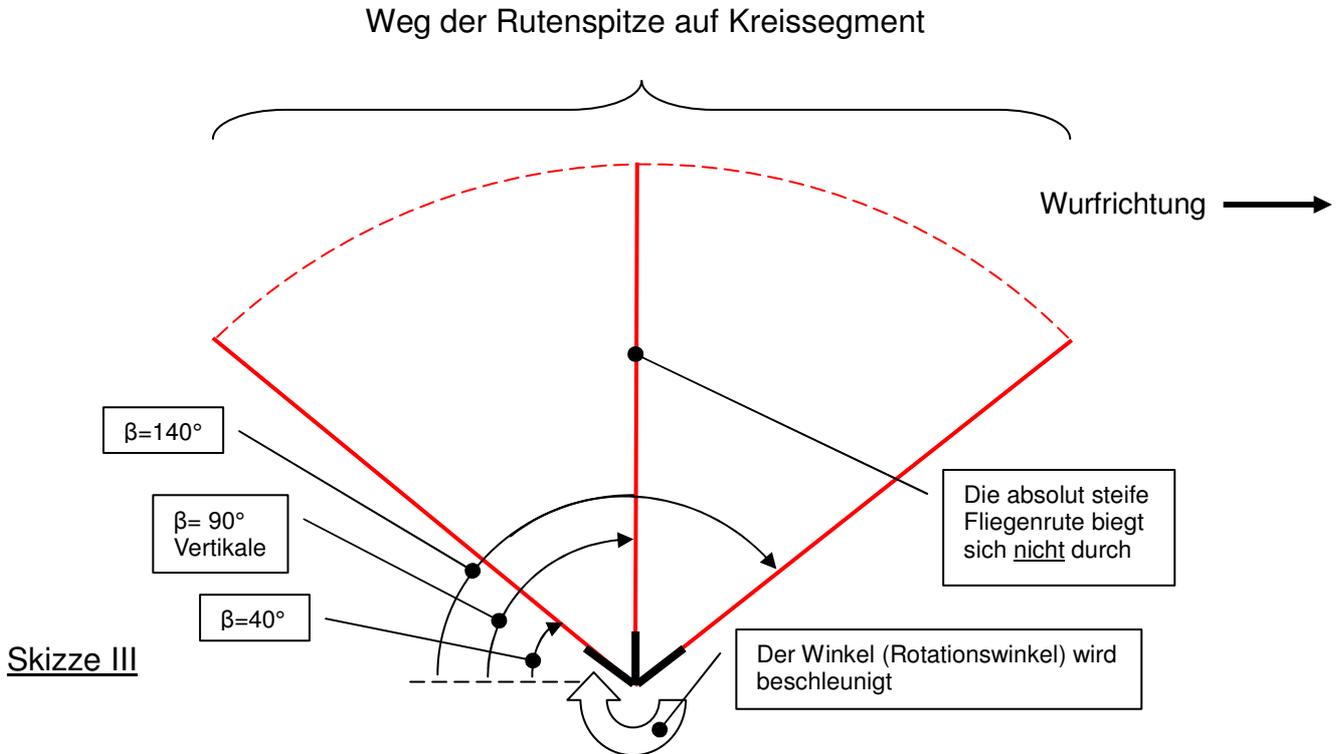
Die Biegung der Fliegenrute ist in der Position 140° komplexer als die in der Position 90°. Sie nähert sich am ehesten der Form eines Ellipsensegments an und kann mit einer einfacheren Geometrie nicht mehr beschrieben werden. War die Biegung der Fliegenrute in der vertikalen 90° Position noch gleichmäßig über ihre Länge verteilt, so biegt sich nun die Fliegenrute in ihrem oberen Mittelabschnitt erheblich stärker als in ihren übrigen Abschnitten durch. Es fällt auf, dass sich die Rutenspitze

- weiterhin annähernd auf einer geraden Bahn und
- in etwa über meiner Mittelachse

befindet, wenn die Rutenhand die Endstellung (140° Position) erreicht hat.

B2) Absolut steife Fliegenrute

Für die absolut steife Fliegenrute ergeben sich die nachfolgend dargestellten geometrischen Beziehungen:



Die absolut steife Fliegenrute biegt sich - auch bei Kraftereinwirkung - nicht durch. Der Weg der Rutenspitze beschreibt aus diesem Grunde einen konvexen Kreisbogen (siehe Skizze III)⁸.

B3) Wege der Rutenspitzen

Der gesamte Rotationswinkel α beträgt während des Wurfes für beide Fliegenruten (flexibel / absolut steif)

$$\alpha = 140^\circ - 40^\circ = 100^\circ$$

Der Weg der Spitze der flexiblen Fliegenrute entspricht

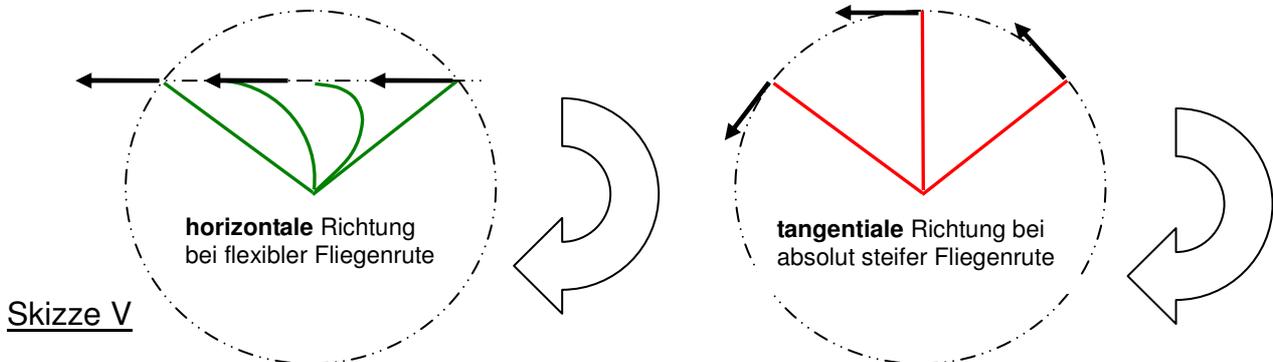
$$WRs(f) = 2 * L * \cos(40^\circ) = 2 * 0,77 * L = 1,54 * L$$

Die Spitze der absolut steifen Fliegenrute beschreibt ein Kreisbogensegment, dessen Umfang sich aus der nachstehenden Formel ergibt

$$WRs(s) = L * \pi * \frac{\alpha(\text{deg})}{180^\circ} = L * \pi * 0,555 = 1,75 * L$$

⁸ Die absolut steife Fliegenrute kann innerhalb eines kleinen Rotationswinkels auch so geworfen werden, dass ihre Spitze einen geraden Anteil besitzt. Um Vergleichswerte zu erhalten, muss die Spitze der absolut steifen Fliegenrute in meinen Untersuchungen aber auf einem Kreissegment fahren.

Dadurch beschleunigt sie die Fliegenschnur vorwiegend in horizontaler Richtung. Hingegen zeigt die Spitze der absolut steifen Fliegenrute zu keinem Zeitpunkt in die Richtung der gestreckten Fliegenschnur, weil sie diese tangential beschleunigt (siehe Skizze V).



3. Feststellung: Die Spitze der flexiblen Fliegenrute zeigt über einen großen Teil ihres Weges in die Richtung der gestreckten Fliegenschnur; sie beschleunigt diese in horizontaler Richtung. Die Spitze der absolut steifen Fliegenrute zeigt zu keinem Zeitpunkt in die Richtung der gestreckten Fliegenschnur; sie beschleunigt diese tangential auf einem Kreissegment.

B4.2) Vektorielle Darstellung der Wirkungsrichtungen und Hebelarm

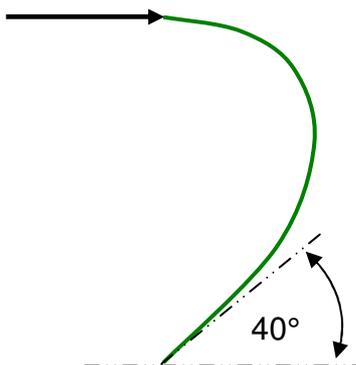
Weil die Spitzen beider Fliegenrute die eingegebene Winkelgeschwindigkeit unterschiedlich auf die Fliegenschnur übertragen, ergeben sich unterschiedliche Wirkungsrichtungen.

Um die flexible und absolut steife Fliegenrute miteinander vergleichen zu können, müssen beide Fliegenruten nicht nur die selbe Winkelgeschwindigkeit besitzen, sondern auch ihre Spitzen die Fliegenschnur in dieselbe Richtung werfen. An dieser Stelle wird die eingangs formulierte Randbedingung entsprechend präzisiert.

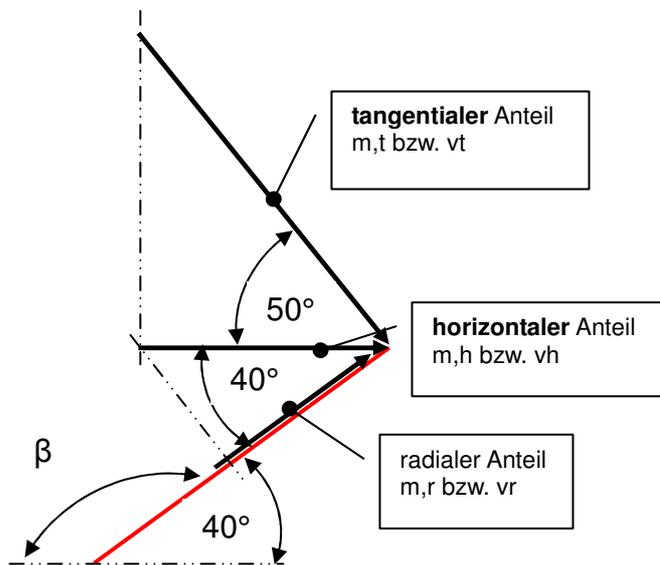
Die Fliegenschnur soll in horizontaler Richtung geworfen werden, so dass der horizontale Anteil der Geschwindigkeit maßgebend ist. Die Zusammenhänge zwischen den Anteilen bzw. Richtungen (Vektoren) der Geschwindigkeit werden in nachfolgender Skizze VI dargestellt:

**flexible Fliegenrute
 (Endstellung)**

Da sich die Rutenspitze entlang einer Geraden in Richtung der Fliegenschnur bewegt, ist eine Zerlegung nicht notwendig



**absolut steife Fliegenrute
 (Endstellung)**



Skizze VI

Bei der absolut steifen Fliegenrute verhält sich die tangentielle Geschwindigkeit zu der horizontalen wie folgt:

$$v_h = \sin \beta * v_t$$

In der Endstellung (140° Position) beträgt der horizontale Anteil

$$v_h(140^\circ) = \cos(50) * v_t = \sin(140) * v_t$$

Aus der vorgenannten vektoriellen Beziehung geht hervor, dass die Geschwindigkeiten beider Richtungen voneinander abhängen⁹. In der Endstellung (140° Position) beträgt der horizontale Anteil dann

$$v_h(140^\circ) = \sin(140) * v_t = \mathbf{0,643 * v_t}$$

4. Feststellung: Bei einem Rotationswinkel α von 100° reduziert sich bei der absolut steifen Fliegenrute in der Endstellung der horizontale Anteil der Geschwindigkeit der Spitze um den Faktor 0,643. Je größer der Rotationswinkel α wird, desto kleiner wird dieser Faktor und damit auch der horizontale Anteil, den die absolut steife Fliegenrute aufbringen kann.

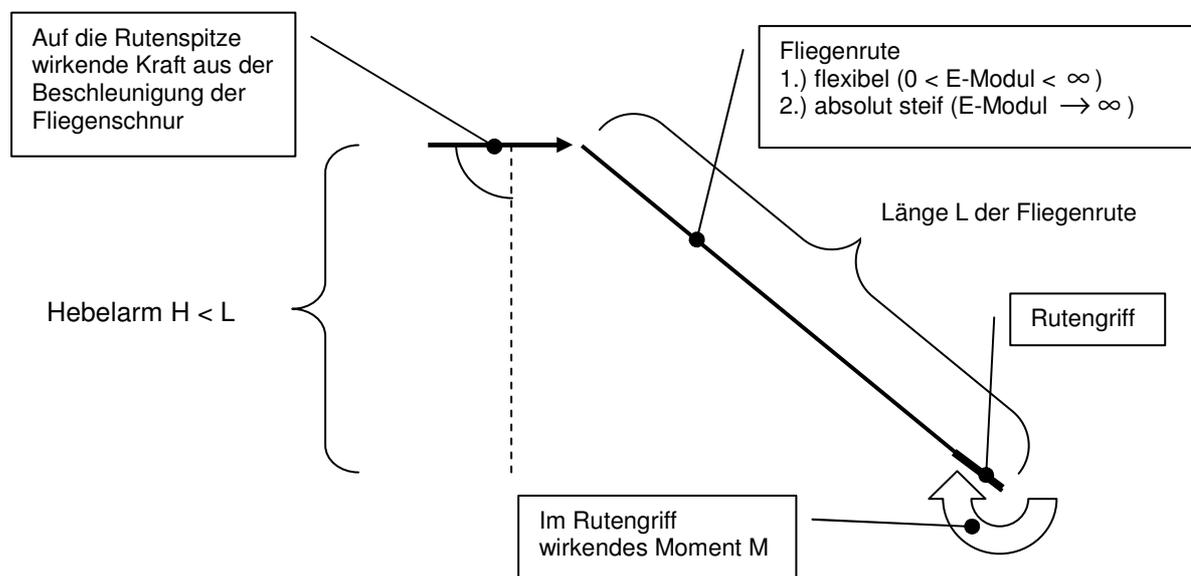
Es ist also von Vorteil, wenn der horizontale Anteil der Geschwindigkeit möglichst hoch ist. Bei der absolut steifen Fliegenrute kann dies nur erreicht werden, wenn der Rotationswinkel α so klein wie möglich gehalten wird.

⁹ Und der horizontale Anteil der Geschwindigkeit kann nie größer als der tangentielle werden.

Wird der Rotationswinkel α geändert, zieht die Spitze der Fliegenrute an der Fliegenschnur (Masse), wodurch im Rutengriff ein Moment wirkt. Dieses Moment kann mit der Formel

$$\text{Moment} = \text{Kraft} * \text{Hebelarm}$$

berechnet werden. Dabei ist der Hebelarm der flexiblen Fliegenrute über den gesamten Weg der Rutenspitze annähernd konstant und entspricht dem Radius des Kreissegments $r = H_f = 0,64 * L$ (siehe Abschnitt B1.1). Bei der absolut steifen Fliegenrute ändert sich der Hebelarm über den Weg der Rutenspitze und entspricht in der vertikalen 90° Position der Rutenlänge L .



Skizze VI

Die Momente werden später bei den Ermittlungen der vom Werfer aufzuwendenden Kraft berechnet.

C) Dynamische Untersuchungen

In diesem Abschnitt untersuche ich die Dynamik (zeitabhängige Beziehung) näher, welche die flexible und die absolut steife Fliegenrute während des Wurfes beschreiben.

C1) Beginn des Stopps bzw. der Rückstellung / Entladung

Im Gegensatz zur absolut steifen Fliegenrute beeinflusst die Biegung der flexiblen Fliegenrute den Verlauf des Wurfs zusätzlich. Die Einzelbilder meiner Wurfsequenz legen nahe, dass folgende Anzeichen für den Beginn des Stopps bzw. der Rückstellung / Entladung charakteristisch sind:

- Der gerade Anteil des unteren, starken Abschnitts in Griffnähe der Fliegenrute vergrößert sich. Der sich biegende Teil der Fliegenrute wird kleiner und verlagert sich zunehmend in die Spitze der Fliegenrute.
- Die Rutenhand hat die Rotationsbewegung abgeschlossen und folgt ggf. nur noch etwas in Wurfrichtung nach

Werden die Einzelbilder meiner Wurfsequenz auf die vorgenannten Anzeichen hin untersucht, dann beginnt die Rückstellung / Entladung bzw. der Stopp der Fliegenrute in etwa zu dem Zeitpunkt, wenn ihre Spitze die Hälfte ihres Weges zurückgelegt hat (siehe Bild 3). Die nachfolgenden fünf Einzelbilder (ein Bild pro 1/30 Sekunde) zeigen den Vorwärtswurf um den Zeitpunkt des Beginns herum:



Bild 1



Bild 2



Bild 3



Bild 4

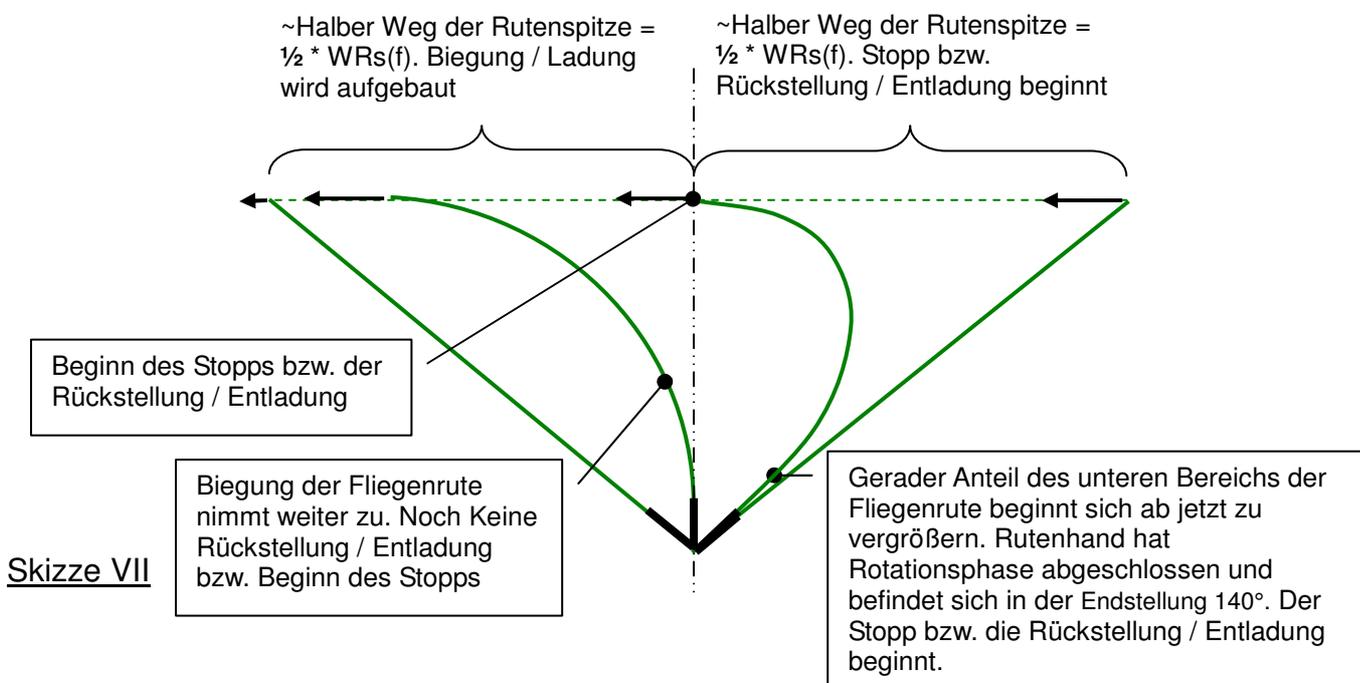


Bild 5

Gleiches kann für meinen Rückwurf angenommen werden, da der Wurfablauf und das Biegeverhalten in beide Richtungen nahezu identisch ist.

5. Feststellung: Der Stopp bzw. die Rückstellung / Entladung der flexiblen Fliegenrute beginnt, wenn ihre Spitze in etwa die Hälfte (~50%) ihres Weges (aus Rotation) zurückgelegt hat. Die Rutenhand hat dann gerade die Endstellung 140° erreicht¹⁰.

Nachfolgende Skizze VII verdeutlicht den Zusammenhang zwischen Beginn des Stopps bzw. der Rückstellung / Entladung und der Position der Rutenspitze.



¹⁰ Schon allein die Tatsache, dass sich die Rückstellung / Entladung in etwa über die Hälfte des Wurfweges ereignet zeigt, dass die Biegung nicht vernachlässigt werden darf. Unabhängig von den weiteren Feststellungen kann hier schon gesagt werden, dass der Werfer nicht nur den Aufbau der Biegung, sondern auch ihren Abbau (Rückstellung / Entladung) über einen langen Weg der Rutenspitze kontrollieren muss.

C2) Weg-Zeit -Beziehungen aus der Bildabfolge der Wurfsequenz

Mit den unter Abschnitt B ermittelten geometrischen Beziehungen und der Bildabfolge können nun den einzelnen Positionen, welche die Rutenspitze über ihren Weg einnimmt, den Zeitpunkten zugeordnet werden. Dafür wird im Folgenden die Bildabfolge meines Vorwärtswurfes herangezogen, der zeitliche Abstand der Bilder zueinander beträgt $1/30$ Sekunde. Weil der Wurfablauf und das Biegeverhalten meines Vorwärtswurfes und meines Rückwurfes nahezu identisch sind, gelten die ermittelten Werte für meinen Rückwurf gleichermaßen.



Bild 1-3



Bild 4-6



Bild 8:~Vertikale Position 90°



Bild 10:~Beginn Rückstellung 140°



Im letzten, 13. Bild ist Wurf bereits abgeschlossen. Dafür sprechen folgende Anzeichen:

- im vorangehenden 12. Bild ist die Fliegenrute bereits fast entspannt, nur das oberste Spitzenteil biegt sich noch leicht durch
- die Bahn der Rutenspitze ist abwärtsgerichtet
- die Rute ist soeben durch ihre entspannte Ruhestellung geschwungen
- die Fliegenschnur beginnt eine Schlaufe auszubilden

Daher wird das letzte Bild nicht mehr für die Wurfdauer berücksichtigt¹¹.

Die aus der Bildabfolge berechneten Zeiten sind in der nachstehenden Tabelle dargestellt:

Position Rotationswinkel / Stellung Rutengriff	90°	140°	Rückstellung/ Entladung/ Stopp bis Ruhestellung
Anzahl Bilder bis Position Rotationswinkel / Stellung Rutengriff erreicht wird	8	10	~12
Zeit insgesamt (Dauer)	$8 / 30 = 0,2666s$	$10 / 30 = 0,3333s$	$12 / 30 = 0,40s$
Differenzen	40° bis 90°	90° bis 140°	von Beginn bis Ende Rückstellung / Entladung
Zeit Δt (bei 30 Bilder pro Sekunde) zwischen den Position / Stellung	$\Delta t = (8-0)/30 = 0,2666s$	$\Delta t = (10-8)/30 = 0,0666s$	$\Delta t = (12-10)/30 = 0,0666s$

6. Feststellung: Die Spitzen beider Fliegenruten brauchen unterschiedlich lange, um ihre horizontale Endgeschwindigkeit zu erreichen. Bei gleicher Winkelgeschwindigkeit dauert der Wurf der flexiblen Fliegenrute rd. 0,0666 Sekunden (um die Dauer der Rückstellung / Entladung) länger als der Wurf mit der absolut steifen Fliegenrute.

C3) Ermittlung der Geschwindigkeiten aus der Bildabfolge

Über die Einzelbilder meiner Wurfsequenz berechnet sich die Geschwindigkeit v der Rutenspitze samt der gestreckten Fliegenschnur wie folgt:

¹¹ Bei Berücksichtigung des letzten, 13. Bildes für die Wurfdauer würden sich außerdem Zahlenwerte ergeben, die nicht die Wirklichkeit abbilden. Beispielweise würde die Geschwindigkeit während der Rückstellung / Entladung abnehmen. Dies hätte zur Folge, dass sich die Schlaufe schon während der Rückstellung / Entladung ausbildet, was aber nicht zutrifft.

$$v = \frac{\Delta Weg}{\Delta Zeit} = \frac{\Delta w}{\Delta t}$$

Die so berechnete Geschwindigkeit entspricht der mittleren Geschwindigkeit, welche die Rutenspitze zwischen den Positionen 40° bis 90° sowie 90° bis 140° besitzt. Für die Berechnung wurde beispielhaft mein Vorwärtswurf ausgewählt, mein Rückwurf würde eine vergleichbare Bildabfolge liefern.

C3.1) Geschwindigkeiten der Spitze der flexiblen Fliegenrute

In der nachfolgenden Tabelle werden die Geschwindigkeiten der Spitze der flexiblen Fliegenrute berechnet.

Position Rotationswinkel / Stellung Rutengriff	90°	140°	Rückstellung/ Entladung/Stopp bis Ruhestellung
Zurückgelegter Weg der Rutenspitze (flexibel)	0,13 * L	0,77 * L	1,54 * L
Differenzen	40° bis 90°	90° bis 140°	von Beginn bis Ende Rückstellung / Entladung
Geschwindigkeit vf der Rutenspitze $\Delta w/\Delta t$	vf = (0,13-0,00)L / 0,2666s = 0,487L/s	vf = (0,77-0,13)L / 0,0666s = 9,61L/s	vf = (1,54-0,77)L / 0,0666s = 11,56L/s

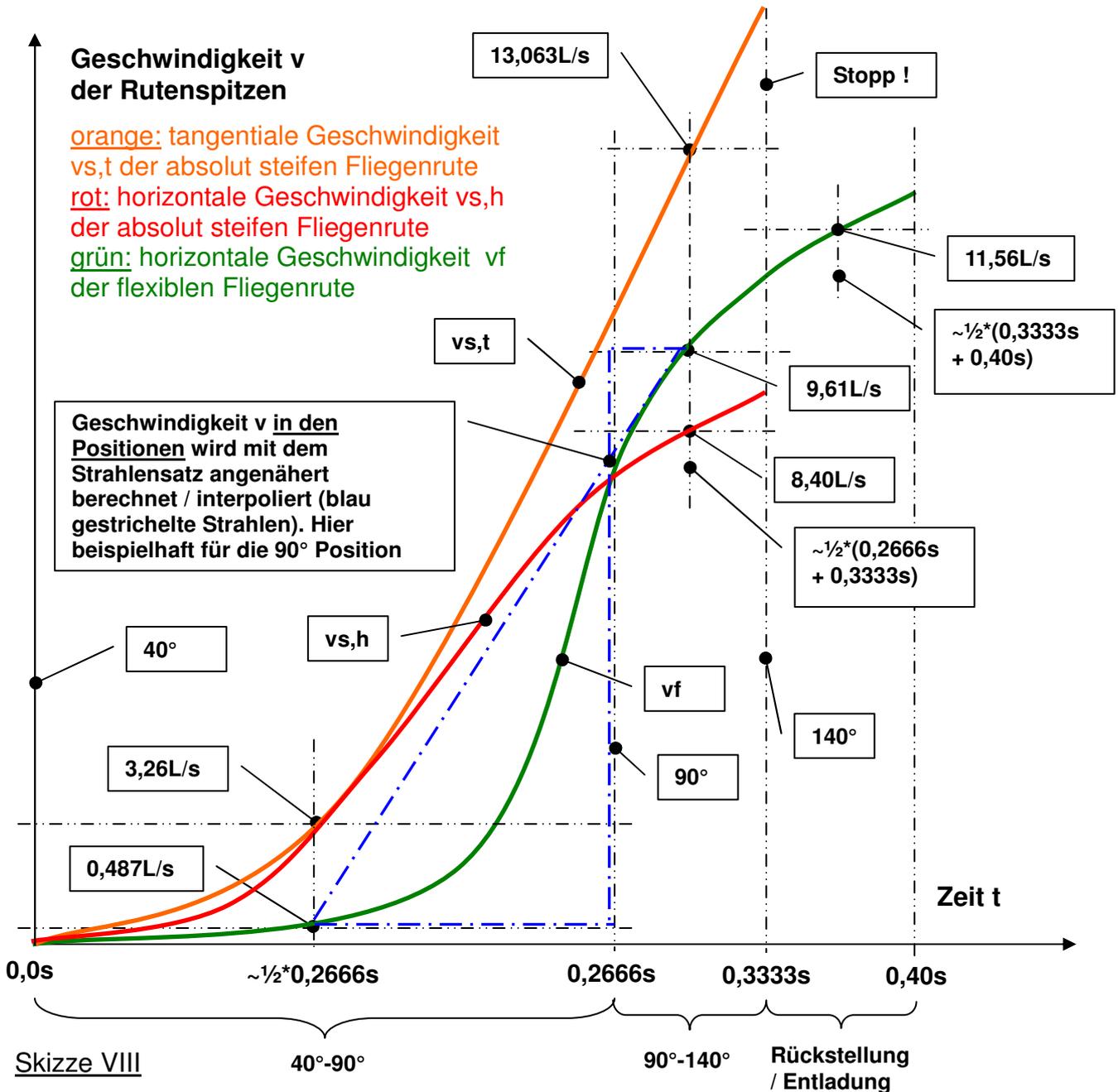
C3.2) Geschwindigkeiten der Spitze der absolut steifen Fliegenrute

Für die selbe Bildabfolge werden in der nachfolgenden Tabelle die Geschwindigkeiten der Spitze der absolut steifen Fliegenrute berechnet¹². Der horizontale Anteil vs,h ergibt sich nach Abschnitt B4.2)

Position Rotationswinkel / Stellung Rutengriff	90°	140°	Rückstellung/ Entladung/Stopp bis Ruhestellung
Zurückgelegter Weg der Rutenspitze (absolut steif)	0,87 * L	1,75 * L	trifft nicht zu
Differenzen	40° bis 90°	90° bis 140°	von Beginn bis Ende Rückstellung / Entladung
<u>Tangentiale</u> Geschwindigkeit vs,t der Rutenspitze	vs,t = (0,87-0,00)L / 0,2666s = 3,26L/s	vs,t = (1,75-0,87)L / 0,0666s = 13,063L/s	trifft nicht zu
<u>Horizontale</u> Geschwindigkeit vs,h der Rutenspitze	vs,h=vs,t*sin(90) = 3,26L/s * 1,00 = 3,26L/s	vs,h=vs,t*sin(140) = 13,063L/s * 0,643 = 8,40L/s	trifft nicht zu

¹² Durch die Verwendung der selben Bildabfolge wird sichergestellt, dass beide Fliegenruten die selbe Winkelgeschwindigkeit besitzen.

Die nachfolgende Skizze VIII zeigt die Verläufe der Geschwindigkeiten der Spitzen beider Fliegenruten¹³.



¹³ Die innerhalb der Positionen 40° bis 90° und 90° bis 140° liegenden, mittleren Geschwindigkeiten werden für die weiteren Betrachtungen dem mittleren Zeitpunkt zugeordnet, also: $v(40^\circ-90^\circ) \approx \frac{1}{2} * (0,2666s+0,00s)$, $v(90^\circ-140^\circ) \approx \frac{1}{2} * (0,2666s+0,3333s)$ und $v(\text{Rückstellung} / \text{Entladung}) \approx \frac{1}{2} * (0,3333s+0,40s)$. Der ermittelte Verlauf der Winkelgeschwindigkeit meiner Wurfsequenz weicht insbesondere zu Beginn des Wurfes vom linearen ab, weshalb die gewählte zeitliche Zuordnung nicht ganz exakt ist. Die vorgenannte zeitliche Zuordnung wird der Einfachheit halber vorgenommen, weil eine genauere Ermittlung aufwendig wäre und in keinem Verhältnis zum Fehler stünde, der für die angestellten Untersuchungen als vernachlässigbar angesehen wird - auch weil er sich beim Vergleich beider Fliegenruten wahrscheinlich neutralisiert.

Die Geschwindigkeiten direkt in den Positionen 90°, 140° und am Ende der Rückstellung / Entladung werden im Folgenden gut angenähert über den Strahlensatz¹⁴ ermittelt.

Für die Spitze der flexiblen Fliegenrute ergibt sich die horizontale Geschwindigkeit v_f zu:

$$\frac{0,5 * ((0,2666 - 0) + (0,3333 - 0,2666))}{(9,61 - 0,487)} = \frac{0,5 * 0,2666}{v_f(90^\circ) - 0,487}$$

$$\rightarrow v_f(90^\circ) = \frac{0,5 * 0,2666 * 9,123}{0,1666} + 0,487 = 7,30 + 0,487 = \mathbf{7,787 \text{ L/s}}$$

$$\frac{0,5 * ((0,3333 - 0,2666) + (0,40 - 0,3333))}{(11,56 - 9,61)} = \frac{0,5 * (0,3333 - 0,2666)}{v_f(140^\circ) - 9,61}$$

$$\rightarrow v_f(140^\circ) = \frac{0,5 * 0,0666 * 1,95}{0,0666} + 9,61 = 0,975 + 9,61 = \mathbf{10,585 \text{ L/s}}$$

$$\frac{0,5 * (0,40 - 0,3333)}{(11,56 - 10,585)} = \frac{0,5 * (0,40 - 0,3333)}{v_f(\text{end}) - 11,56}$$

$$\rightarrow v_f(\text{end}) = \frac{0,5 * 0,0666 * 0,975}{0,0333} + 11,56 = 0,975 + 11,56 = \mathbf{12,535 \text{ L/s}}$$

Für die Spitze der absolut steife Fliegenrute ergibt sich die horizontale Geschwindigkeit $v_{s,h}$ zu:

$$\frac{0,5 * ((0,2666 - 0) + (0,3333 - 0,2666))}{(8,40 - 3,26)} = \frac{0,5 * 0,2666}{v_{s,h}(90^\circ) - 3,26}$$

$$\rightarrow v_{s,h}(90^\circ) = \frac{0,5 * 0,2666 * 5,14}{0,1666} + 3,26 = 4,113 + 3,26 = \mathbf{7,373 \text{ L/s}}$$

$$\frac{0,5 * ((0,3333 - 0,2666) + (0,40 - 0,3333))}{(8,40 - 7,373)} = \frac{0,5 * (0,3333 - 0,2666)}{v_{s,h}(140^\circ) - 8,40}$$

$$\rightarrow v_{s,h}(140^\circ) = \frac{0,5 * 0,0666 * 1,027}{0,0333} + 8,40 = 1,027 + 8,40 = \mathbf{9,427 \text{ L/s}} = v_{s,h}(\text{end})$$

¹⁴ Auch Vierstreckensatz genannt. <http://de.wikipedia.org/wiki/Strahlensatz>. Für das Beispiel 90° ergibt sich eine Strahlengleichung von $(\frac{1}{2} t(40^\circ \text{ bis } 90^\circ) + \frac{1}{2} t(90^\circ \text{ bis } 140^\circ)) : (v(90^\circ \text{ bis } 140^\circ) - v(40^\circ \text{ bis } 90^\circ)) = \frac{1}{2} t(40^\circ \text{ bis } 90^\circ) : (v(\mathbf{90^\circ}) - v(40^\circ \text{ bis } 90^\circ))$

Der Vergleich der Endgeschwindigkeiten $v(\text{end})$ und der Anfangsgeschwindigkeiten $v(40^\circ-90^\circ)$ der Spitzen beider Fliegenruten ergibt

$$v_f(\text{end}) / v_{s,h}(\text{end}) = 12,53 / 9,43 = \mathbf{1,33}$$

$$v_f(40^\circ-90^\circ) / v_{s,h}(40^\circ-90^\circ) \approx 0,487 / 3,26 = \mathbf{0,15}$$

7. Feststellung: Die Spitze der flexiblen Fliegenrute besitzt eine um ca. 33 % höhere horizontale Endgeschwindigkeit als die Spitze der absolut steifen Fliegenrute. Hingegen bewegt sich die Geschwindigkeit der Spitze der flexiblen Fliegenrute zu Beginn des Wurfes nur um 15% der Geschwindigkeit, welche die Spitze der absolut steifen Fliegenrute zu diesem Zeitpunkt bereits besitzt (Anfangsgeschwindigkeit)¹⁵.

Der Vergleich der Geschwindigkeiten der Spitzen beider Fliegenruten innerhalb der Positionen 40° bis 90° und 90° bis 140° ergibt

$$v_f(40^\circ-90^\circ) / v_f(90^\circ-140^\circ) = 0,487 / 9,61 = \mathbf{0,051}$$

$$v_s(40^\circ-90^\circ) / v_s(90^\circ-140^\circ) = 3,26 / 8,40 = \mathbf{0,388}$$

Der Vergleich der Geschwindigkeiten der Spitze der flexiblen Fliegenrute, die sie zu Beginn und am Ende des Stopps bzw. der Rückstellung / Entladung besitzt, ergibt

$$v_f(140^\circ) / v_f(\text{end}) = 10,585 / 12,535 = \mathbf{0,84}$$

8. Feststellung: Zu Beginn des Wurfes besitzt die Spitze der flexiblen Fliegenrute ca. 5% (0,051) und die der absolut steife Fliegenrute ca. 39% (0,388) der Geschwindigkeit, welche sie zum Ende des Wurfes hin erreichen. Zu Beginn des Stopps bzw. der Rückstellung / Entladung besitzt die Spitze der flexiblen Fliegenrute mehr als 80% (0,84) ihrer Endgeschwindigkeit¹⁶.

¹⁵ Die flexible Fliegenrute setzt die eingegebene Winkelgeschwindigkeit zeitverzögert in die Geschwindigkeit der Rutenspitze um. Die zu Beginn des Wurfes eingegebene Winkelgeschwindigkeit geht fast vollständig in die Biegung der Fliegenrute (was einen deutlichen Anstieg der potentiellen Spannkraft zur Folge hat) und nicht in die Zunahme der Geschwindigkeit der Rutenspitze ein. Wenn sich der Rutengriff in etwa in der vertikalen 90° Position befindet, hat die Spitze der flexiblen Fliegenrute die horizontale Geschwindigkeit der Spitze der absolut steifen Fliegenrute erreicht und steigert ihre Geschwindigkeit weiter. Schließlich besitzt die Spitze der flexiblen Fliegenrute am Ende des Wurfes eine deutlich größere horizontale Geschwindigkeit als die Spitze der absolut steifen Fliegenrute.

¹⁶ Dass die Spitze der flexiblen Fliegenrute zu Beginn des Stopps bzw. der Rückstellung / Entladung ihrer Endgeschwindigkeit nahekommt, wird gerne als Argument dafür verwendet, die Bedeutung ihrer Biegung für den Fliegenwurf gering zu schätzen. Diese Ansicht berücksichtigt nicht, dass gerade wegen der Biegung die Spitze der flexiblen Fliegenrute eine deutlich höhere horizontale Endgeschwindigkeit als die Spitze der absolut steifen Fliegenrute erreicht und dass die flexible Fliegenrute die Geschwindigkeit der Rutenspitze über ihren Weg anders verteilt (siehe 7. und 8. Feststellung !). Der unterschiedlichen Verteilung der Geschwindigkeit auf die Rutenspitzen wird bei der Betrachtung der Effizienz noch eine größere Aufmerksamkeit zu schenken sein.

C4) Ermittlung der Beschleunigungen

Die Beschleunigung a ist definiert als Änderung der Geschwindigkeit über die Zeit¹⁷. Mit den zuvor berechneten Geschwindigkeiten kann nun die Beschleunigung abschnittsweise berechnet werden.

$$a = \frac{\Delta \text{Geschwindigkeit}}{\Delta \text{Zeit}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Für die Spitze der flexiblen Fliegenrute ergibt sich die Beschleunigung a_f zu:

$$a_{f1} = a(40^\circ-90^\circ) = \frac{0,487 - 0}{0,5 * (0,2666 - 0)} \frac{L}{s^2} = \frac{0,487}{0,1333} = \mathbf{3,65} \frac{L}{s^2}$$

$$a_{f2} = a(90^\circ) = \frac{9,61 - 0,487}{0,5 * ((0,2666 + 0,3333) - 0,2666)} \frac{L}{s^2} = \frac{9,123}{0,1666} = \mathbf{54,76} \frac{L}{s^2}$$

$$a_{f3} = a(90^\circ-140^\circ) = \frac{10,585 - 7,787}{0,3333 - 0,2666} \frac{L}{s^2} = \frac{2,796}{0,0666} = \mathbf{41,98} \frac{L}{s^2}$$

$$a_{f4} = a(140^\circ) = \frac{11,56 - 9,61}{0,5 * ((0,3333 + 0,40) - (0,2666 + 0,3333))} \frac{L}{s^2} = \frac{1,95}{0,0666} = \mathbf{29,23} \frac{L}{s^2}$$

$$a_{f5} = a(\text{rück}) = \frac{12,535 - 10,585}{0,40 - 0,3333} \frac{L}{s^2} = \frac{1,95}{0,0666} = \mathbf{29,23} \frac{L}{s^2}$$

Für die Spitze der absolut steifen Fliegenrute ergibt sich die Beschleunigung¹⁸ a_s zu:

$$a_{s1} = a(40^\circ-90^\circ) = \frac{3,26 - 0}{0,5 * (0,2666 - 0)} \frac{L}{s^2} = \frac{3,26}{0,1333} = \mathbf{24,45} \frac{L}{s^2}$$

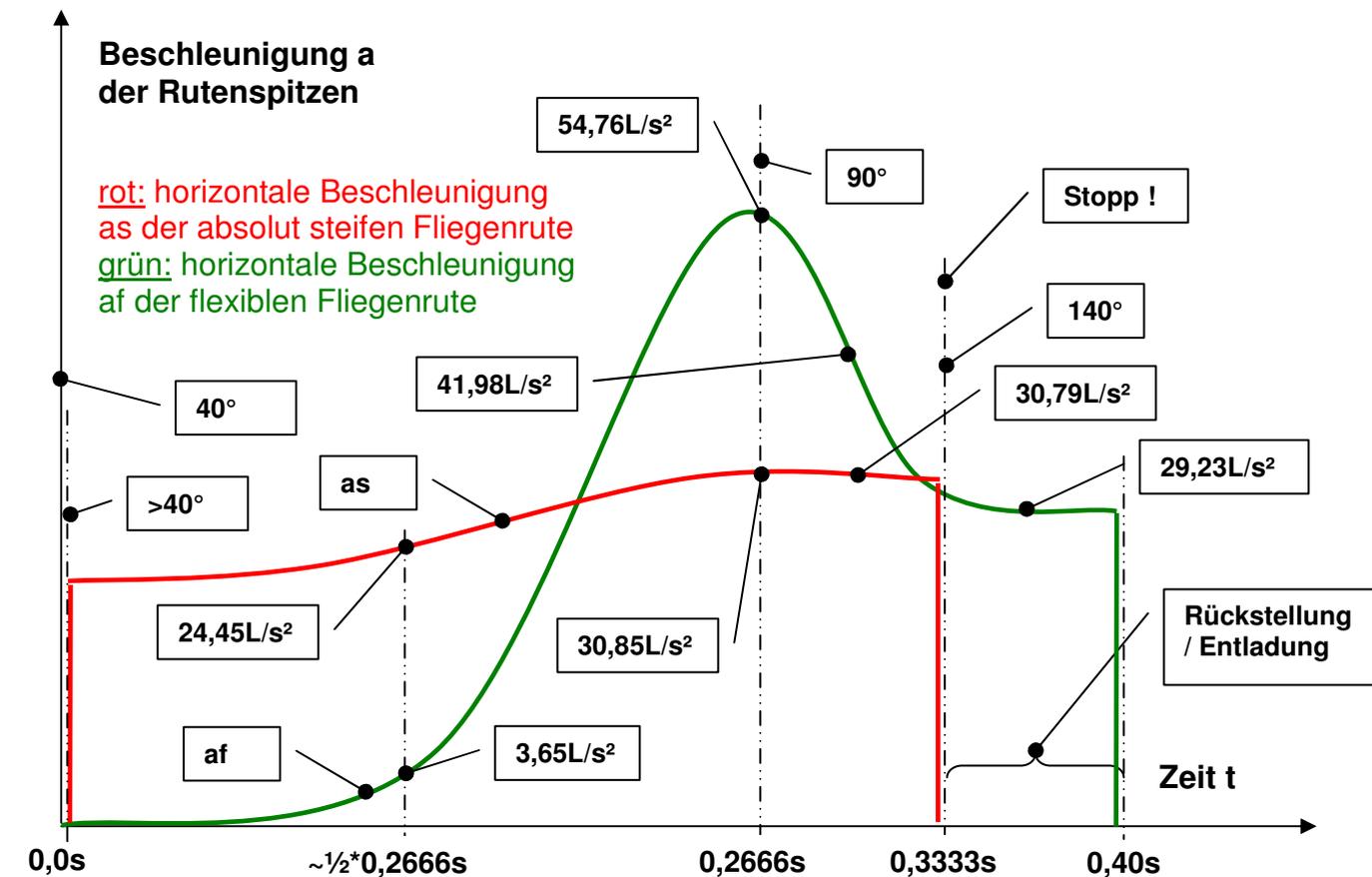
$$a_{s2} = a(90^\circ) = \frac{8,40 - 3,26}{0,5 * ((0,2666 + 0,3333) - 0,2666)} \frac{L}{s^2} = \frac{5,14}{0,1666} = \mathbf{30,85} \frac{L}{s^2}$$

$$a_{s3} = a(90^\circ-140^\circ) = \frac{9,427 - 7,373}{0,3333 - 0,2666} \frac{L}{s^2} = \frac{2,054}{0,0666} = \mathbf{30,79} \frac{L}{s^2}$$

Die nachfolgende Skizze IX zeigt die Verläufe der Beschleunigungen der Spitzen beider Fliegenruten:

¹⁷ Die Beschleunigung entspricht der 1. Ableitung der Geschwindigkeit: $a = v'$.

¹⁸ Im Folgenden wird auf den Index „h“ für „horizontal“ verzichtet. Alle Beschleunigungen a beziehen sich auf die horizontale Richtung.



Skizze IX

D) Ermittlung der Kräfte

In diesem Abschnitt untersuche ich die Kräfte näher, welche beim Wurf mit der flexiblen und der absolut steifen Fliegenrute wirken. Für die Berechnung der Kräfte kommt das 2. Newton'sche Gesetz zur Anwendung:

$$\text{Kraft} = \text{Masse} * \text{Beschleunigung}; F = m * a$$

Die Masse m entspricht dem Gewicht der gestreckten Fliegenschnur, an welcher die Rutenspitze zieht¹⁹.

¹⁹ Die Berechnung von Kräften nach Newton erfolgt über die zu beschleunigende Masse. Durch die Annahme von masselosen Fliegenruten fließen in den Berechnungen keine Kräfte mit ein, die zur Rotation der Rutenmasse selbst erforderlich wären. Im vorliegenden Fall kann trotzdem auf das 2. Newton'sche Gesetz zurückgegriffen werden, weil die Beschleunigung der untersuchten Schnurmasse auch wesentlich von der Beschleunigung der Rutenmasse selbst abhängt und folglich Einflüsse aus der Rutenmasse mit in die experimentell festgestellten physikalischen Größen eingeflossen sein dürften. Dass diese Einschätzung zum Einfluss der Masse stimmig ist, geht aus meiner Berechnung im Anhang 2 hervor.

D1) Die potentielle Spannkraft der flexiblen Fliegenrute

Durch die Rotation ihrer eigenen Masse und den Zug an der Fliegenschnur (Masse m) erfährt die flexible Fliegenrute eine Biegung. Die Biegung ist unter Abschnitt B1.1 ermittelt worden. Für die weitere Betrachtung wird davon ausgegangen, dass die Rutenspitze zum mittleren Zeitpunkt innerhalb

- der 40° bis 90° Position (~65°) noch keinen bzw. einen vernachlässigbar kleinen Weg und
- der Rückstellung / Entladung den halben Weg zurückgelegt hat.

Beide Annahmen stimmen mit der Bildabfolge unter Abschnitt C2 gut überein. Damit ergeben sich die in der folgenden Tabelle aufgeführten Auslenkungen der Spitze der flexiblen Fliegenrute:

Position Rotationswinkel / Stellung Rutengriff	40° bis 90° ~½ Dauer	90°	140°	~½ Dauer Rückstellung/ Entladung/ bzw. Stopp	~ volle Dauer Rückstellung/ Entladung/ bzw. Stopp
Zurückgelegter Weg der Rutenspitze (WRs) <u>mit</u> Biegung	~0,0L	0,13L	0,77L	~(0,77+0,5*0,77)*L = 1,155L	1,54 L
Zurückgelegter Weg der Spitze in der Rutenachse (<u>ohne</u> Biegung)	~0,5*0,77L = 0,385L	0,77 L	1,54 L	1,54 L	1,54 L
Differenz = Auslenkung x = Biegung	0,385 L	0,64 L	0,77 L	0,385 L	0,0 L
Differenz der Auslenkung Δx = Änderung der Biegung	(0,385-0)*L = <u>0,385 L</u>	(0,64- 0,385)*L = <u>0,255 L</u>	(0,7- 0,64)*L = <u>0,13 L</u>	(0,385-0,77)*L = <u>-0,385 L</u>	(0-0,385)*L = <u>-0,385 L</u>

9. Feststellung: Die Auslenkung ist ein Maß für die Biegung der Fliegenrute. Sie nimmt über die 90° Position hinaus zu. Jeder in die Rotationsbewegung eingegebene Weg (Änderung des Rotationswinkels) führt zu einer Steigerung der Biegung der Fliegenrute.

Über den Weg der Rückstellung / Entladung wird die wegen der Biegung in der Fliegenrute gespeicherte potentielle Energie²⁰ vollständig in kinetische Energie umgewandelt, weil der Werfer die Fliegenrute nicht weiter rotiert und damit keine weitere Energie bzw. Arbeit eingibt. Da die Geschwindigkeiten zu Beginn und am Ende der Rückstellung / Entladung bekannt sind, kann die potentielle Energie berechnet werden.

$$E_{pot,(rück)} = \frac{1}{2} * m * v_{f(end)}^2 - \frac{1}{2} * m * v_{f(140)}^2$$

²⁰ Hier ist es richtig, die Energie $E = \frac{1}{2} m v^2$ zu betrachten, um auf den Grundsatz der Energieerhaltung einzugehen. Die Energie, welche die Fliegenrute bei ihrer Rückstellung / Entladung freigibt, muss zuvor vom Werfer aufgebracht worden sein.

$$= \frac{1}{2} * m * \left(12,535^2 \frac{L^2}{s^2} - 10,585^2 \frac{L^2}{s^2} \right) = \mathbf{22,54} \frac{m * L^2}{s^2}$$

Um die potentielle Spannkraft zu erhalten, muss die Energie durch den zurückgelegten Weg dividiert werden:

$$F_{\text{pot},5} = F(\text{rück}) = E_{\text{pot},(\text{rück})} / \text{Weg} = 22,54 / 0,77L = \mathbf{29,27} \frac{m * L}{s^2} = F_{\text{pot,gesamt}}$$

Diese über die Rückstellung / Entladung wirkende Spannkraft muss der Werfer zuvor aufbringen. Sie lässt sich über die bekannten Auslenkungen x bzw. Δx annähernd gut verteilen.

Bis zum Beginn der Rückstellung / Entladung ergibt sich:

$$F_{\text{pot},1} = 0,385L/0,77L * 29,27 = \mathbf{14,63} \frac{m * L}{s^2} = F_{\text{pot}(40^\circ-90^\circ)}$$

$$\Delta F_{\text{pot},1} = 0,385L/0,77L * 29,27 = \mathbf{14,63} \frac{m * L}{s^2}$$

$$F_{\text{pot},2} = 0,64L/0,77L * 29,27 = \mathbf{24,33} \frac{m * L}{s^2} = F_{\text{pot}(90^\circ)}$$

$$\Delta F_{\text{pot},2} = 0,255L/0,77L * 29,27 = \mathbf{9,69} \frac{m * L}{s^2}$$

$$F_{\text{pot},3} = 0,77L/0,77L * 29,27 = \mathbf{29,27} \frac{m * L}{s^2} = F_{\text{pot}(90^\circ-140^\circ)}$$

$$\Delta F_{\text{pot},3} = 0,13L/0,77L * 29,27 = \mathbf{4,94} \frac{m * L}{s^2}$$

$$F_{\text{pot},4} = 0,77L/0,77L * 29,27 = \mathbf{29,27} \frac{m * L}{s^2} = F_{\text{pot}(140^\circ)}$$

$$\Delta F_{\text{pot},4} \approx 0,00L/0,77L * 29,27 \approx \mathbf{0,00} \frac{m * L}{s^2}$$

Mit Beginn der Rückstellung / Entladung ergibt sich²¹:

$$F_{\text{pot}(\text{rück,anf})} = 0,77L/-0,77L * 29,27 = \mathbf{-29,27} \frac{m * L}{s^2}$$

$$\Delta F_{\text{pot}(\text{rück,anf})} \approx 0,00L/-0,77L * 29,27 = \mathbf{0,00} \frac{m * L}{s^2} \approx \Delta F_{\text{pot}(140^\circ)}$$

$$F_{\text{pot}(\text{rück,mitte})} = 0,385L/-0,77L * 29,27 = \mathbf{-14,63} \frac{m * L}{s^2}$$

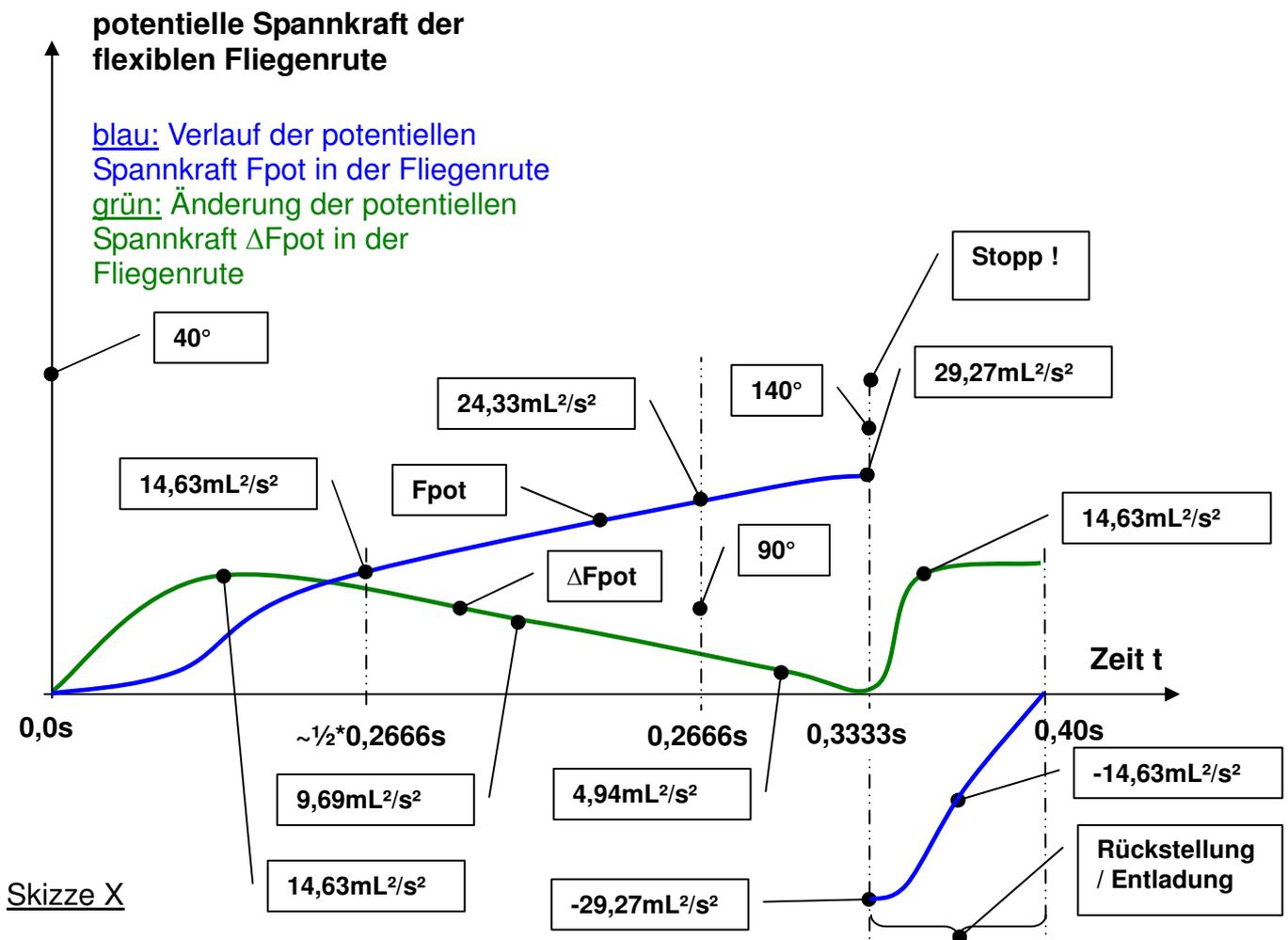
²¹ Die Richtung der Rückstellung / Entladung geht mit einem negativen Vorzeichen ein. Wie bei einer Feder müssen auch hier die Wege, die für das Spannen (Laden) und Entspannen (Entladen) sorgen, unterschiedliche Vorzeichen besitzen.

$$\Delta F_{\text{pot}}(\text{rück,mitte}) = -0,385L / -0,77L * 29,27 = \mathbf{14,63} \frac{m * L}{s^2}$$

$$F_{\text{pot}}(\text{rück,end}) = 0,00L / -0,77L * 29,27 = \mathbf{0,00} \frac{m * L}{s^2}$$

$$\Delta F_{\text{pot, end}} = -0,385L / -0,77L * 29,27 = \mathbf{14,63} \frac{m * L}{s^2} = \Delta F(\text{rück, end})$$

Die nachfolgende Skizze X zeigt den Verlauf der auf die Spitze wirkenden potentiellen Spannkraft der flexiblen Fliegenrute²².



²² Gemäß den anfangs getroffenen Randbedingungen haben beide Fliegenruten keine Masse erhalten. Dass die Biegung der Fliegenrute trotz abnehmender Beschleunigung zunimmt, ist im Wesentlichen der tatsächlich vorhandenen Masse der Fliegenrute zuzuschreiben. Die näherungsweise getroffenen Zuordnungen der potentiellen Spannkraft sowie die gezogenen Schlüsse sind weiterhin gültig, weil durch die eigene Masse der Fliegenrute die auf die Spitze wirkenden Kräfte und damit auch die Beschleunigung sowie die aufzuwendende Kraft gleichmäßig vergrößert wird. Die experimentellen Daten zeigen eindeutig, dass die Biegung der Fliegenrute bis zum Stopp bzw. Beginn der Rückstellung / Entladung umverteilt und zunimmt ! Bei der Berechnung der potentiellen Spannkräfte und der Effizienz kann dieser Effekt in zukünftigen Arbeiten berücksichtigt werden.

Die bisherigen Ergebnisse deuten zusammen mit der Bildabfolge unter Abschnitt C2 eindeutig darauf hin, dass sich der ermittelte Verlauf der potentiellen Spannkraft kontinuierlich ändert. Die kontinuierliche Änderung der potentiellen Spannkraft führt zu einer optimalen Übertragung der Geschwindigkeit in die Rutenspitze. Schenkt der Werfer dem zu wenig Beachtung (und setzt z.B. Druckpunkte - „Handshock“), wird die Rutenspitze „unruhig“ und kann Wellen sowie Tailing Loops²³ in die Fliegenschnur eingeben, was über den Weg ihrer Streckung zu einem erheblichen Verlust der übertragenen Energie führt. Die sich über die Wurfzeit kontinuierlich ändernde potentielle Spannkraft dient ihrem kontrollierten Auf- und Abbau, was der Rutenspitze einen „ruhigen“ Lauf ermöglicht²⁴.

D2) Auf die Spitzen beider Fliegenruten wirkende Kräfte

Bei der flexiblen Fliegenrute wirkt neben der potentiellen Spannkraft (Kraft der Lage) auch eine kinetische Kraft (Kraft aus Bewegung). Bei der absolut steifen Fliegenrute wirkt hingegen nur eine kinetische Kraft, weil sie sich nicht durchbiegt und deshalb keine potentielle Spannkraft zwischenspeichern kann. Dass die absolut steife Fliegenrute keine potentielle Spannkraft aufnehmen kann, führt im Vergleich zur flexiblen Fliegenrute zu einer unterschiedlichen Verteilung der Kräfte.

10. Feststellung: Bei der flexiblen Fliegenrute führt die anfängliche Rotationsbewegung zu einer zunehmenden Biegung, wodurch die potentielle Spannkraft ansteigt, ohne dass die Masse der Fliegenschnur eine Beschleunigung erfährt. Bei der absolut steifen Fliegenrute führt jede anfängliche Bewegung unmittelbar zu einer Beschleunigung der Fliegenschnur, wofür schlagartig eine Kraft aufgewendet werden muss.

Für die flexible Fliegenrute ergibt sich:

$$F = m \cdot a + \Delta F_{\text{pot}}^{25}$$

²³ Tailing Loops sind auch unter der Bezeichnung „Birne“ oder „Sauschwanz“ bekannt.

²⁴ Als Vergleich für den kontrollierten Auf- und Abbau der potentiellen Spannkräfte können die Arme eines Bogens herangezogen werden, weil die potentiellen Spannkräfte ähnlich verlaufen bzw. verlaufen sollen (es gibt natürlich auch Unterschiede, z.B. dass die Fliegenrute die potentielle Spannkraft sofort mit Beginn des Stopps abgibt - der Bogenschütze kann dies verzögern; oder dass die Spitze der Fliegenrute zu Beginn der Rückstellung / Entladung im Unterschied zu den gespannten Bogenarmen bereits eine relative Geschwindigkeit besitzt). Der Bogenschütze spannt die Bogenarme möglichst kontinuierlich, damit sie den Pfeil anschließend mit höchster Präzision beschleunigen - auch der Werfer soll die Fliegenrute möglichst kontinuierlich bis zum Stopp spannen, damit die Rutenspitze die Fliegenschnur präzise beschleunigen kann. Der Pfeil soll im Flug wenig schwingen, damit der dadurch verbundene Verlust an Energie gering ist - auch Wellen in der Fliegenschnur sollen deshalb vermieden werden. Das Fliegenwerfen kann und soll natürlich nicht mit dem Bogenschießen gleichgesetzt werden. Es gibt aber bezüglich der Wirkung der potentiellen Spannkräfte und deren kontrollierten Auf- und Abbau genügend Parallelen, welche den Einfluss der Biegung viel besser als andere Vergleiche verdeutlichen können. Gerade dieser Vergleich hat Herrn Dr. Schmitt (siehe Danksagung) nach eigenem Bekunden die Wirkung der potentiellen Spannkräfte beim Fliegenwurf verständlich aufgezeigt.

²⁵ Der Werfer muss die Änderung der potentiellen Spannkraft ΔF_{pot} aufwenden. Nur die Änderung eines Zustandes erfordert eine Kraft, die Arbeit verrichtet.

Der Einfachheit halber wird $\Delta F_{\text{pot},1}$ der Position zwischen 40° bis 90° und $\Delta F_{\text{pot},2}$ der Position 90° zugeordnet. Diese Zuordnung liegt auf der sicheren Seite, weil dadurch die flexible Fliegenrute höhere Kräfte als bei der alternativen Zuordnung über den Mittelwert erhält.

$F_{f0} \approx 0 = F(>40^\circ)$ (Siehe 10. Feststellung)

$$F_{f1} = m * 3,653 \frac{L}{s^2} + 14,63 \frac{m * L}{s^2} = \mathbf{18,28} \frac{m * L}{s^2} = F_f(40^\circ-90^\circ)$$

$$F_{f2} = m * 54,76 \frac{L}{s^2} + 9,69 \frac{m * L}{s^2} = \mathbf{64,45} \frac{m * L}{s^2} = F_f(90^\circ)$$

$$F_{f3} = m * 41,98 \frac{L}{s^2} + 4,94 \frac{m * L}{s^2} = \mathbf{46,92} \frac{m * L}{s^2} = F_f(90^\circ-140^\circ)$$

$$F_{f4} = m * 29,27 \frac{L}{s^2} + 0,0 \frac{m * L}{s^2} = \mathbf{29,27} \frac{m * L}{s^2} = F_f(140^\circ)$$

$$F_{f5} = \mathbf{14,63} \frac{m * L}{s^2} = F_f(\text{rück,end})$$

Für die absolut steife Fliegenrute ergibt sich:

$$F = m * a; \Delta F_{\text{pot}} = 0;$$

$$F_{s0} \approx \mathbf{24,45} \frac{m * L}{s^2} = F_s(>40^\circ) \text{ (siehe 10. Feststellung)}$$

$$F_{s1} = \mathbf{24,45} \frac{m * L}{s^2} = F_s(40^\circ-90^\circ)$$

$$F_{s2} = \mathbf{30,85} \frac{m * L}{s^2} = F_s(90^\circ)$$

$$F_{s3} = \mathbf{30,79} \frac{m * L}{s^2} = F_s(90^\circ-140^\circ);$$

D3) Kräfte (Momente) am Griff der Fliegenruten

Bei der Rotation der Fliegenrute wirkt im Rutengriff ein Moment M, welches vom Werfer aufgewendet werden muss. Das Moment errechnet sich aus dem Produkt von Kraft und Hebelarm.

Die Kräfte F sind unter Abschnitt D2 und der Hebelarm ist unter Abschnitt B4 berechnet worden. Danach ist der Hebelarm der flexiblen Fliegenrute über den gesamten Weg ihrer Spitze annähernd konstant. Für die absolut steife Fliegenrute ist der Hebelarm in den 40°, 90° und 140° Positionen bekannt, auf halben Wege zwischen diesen Positionen entspricht der Hebelarm in etwa dem mittleren Wert²⁶.

²⁶ Durch die Berücksichtigung eines verkürzten Hebelarms wird bei der absolut steifen Fliegenrute die untere Grenze des Aufwandes berechnet („best case“), weil darüber hinaus auch nur der geminderte horizontale Kraftanteil herangezogen wird (siehe Abschnitt B4). Diese Betrachtung begünstigt den Aufwand der absolut steifen Fliegenrute, der bei der untersuchten Rotationsbewegung tatsächlich höher liegen dürfte. Mit dieser günstigeren Betrachtung soll auch der Tatsache Rechnung getragen werden, dass die Spitze der absolut steifen Fliegenrute zumindest über einen kurzen Weg (kleiner Rotationswinkel) auf einer annähernd geraden Bahn geführt werden kann.

Für die flexible Fliegenrute ergibt sich:

$$Mf_0(>40^\circ) \approx 0$$

$$Mf_1(40^\circ-90^\circ) = 18,28 * 0,64 L = \mathbf{11,70} \frac{m * L^2}{s^2}$$

$$Mf_2(90^\circ) = 64,45 * 0,64 L = \mathbf{41,25} \frac{m * L^2}{s^2}$$

$$Mf_3(90^\circ-140^\circ) = 46,92 * 0,64 L = \mathbf{30,02} \frac{m * L^2}{s^2}$$

$$Mf_4(140^\circ) = 29,27 * 0,64 L = \mathbf{18,73} \frac{m * L^2}{s^2}$$

$$Mf_5 = 14,64 * 0,64 L = \mathbf{9,36} \frac{m * L^2}{s^2} = M(\text{rück,end})$$

Für die absolut steife Fliegenrute ergibt sich:

$$Ms_0(>40^\circ) \approx 24,45 * 0,64 L = \mathbf{15,65} \frac{m * L^2}{s^2}$$

$$Ms_1(40^\circ-90^\circ) = 24,45 * \frac{1}{2} (0,64 + 1,0) L = \mathbf{20,05} \frac{m * L^2}{s^2}$$

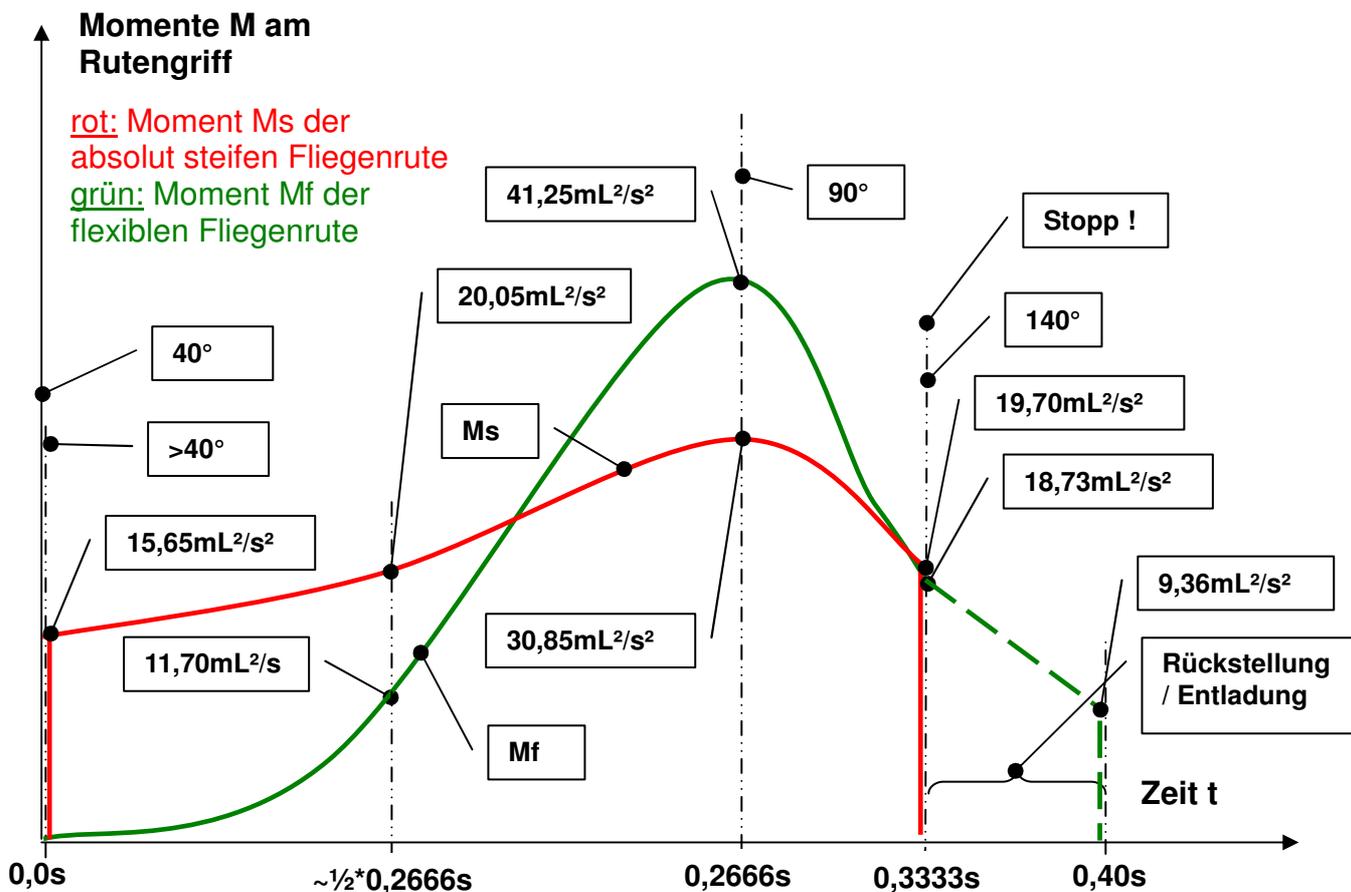
$$Ms_2(90^\circ) = 30,85 * 1,0 L = \mathbf{30,85} \frac{m * L^2}{s^2}$$

$$Ms_3(90^\circ-140^\circ) = 30,79 * \frac{1}{2} (1,0 + 0,64) L = \mathbf{25,25} \frac{m * L^2}{s^2}$$

$$Ms_4(140^\circ) \approx 30,79 * 0,64 L = \mathbf{19,70} \frac{m * L^2}{s^2}$$

11. Feststellung: Das vom Werfer aufzuwendende Moment steigt im Quadrat zur Länge L der Fliegenrute an²⁷.

²⁷ Meine erste 10 Fuß Fliegenrute (3,0 m) der Schnurklasse 8 habe ich nach kurzem Gebrauch wieder verkauft. Sie war so steif, dass mein Handgelenk die Rotationsbewegung nicht ohne erheblichen Kraftaufwand übertragen konnte und nach kurzer Dauer zu schmerzen begann, obwohl diese Fliegenrute „nur“ rd. 10 % länger als die üblichen 9 Fuß (2,70 m) Fliegenruten war. Dass der Kraftaufwand (Moment) im Quadrat zur Länge der Fliegenrute ansteigt, erklärt den erheblichen Anstieg des zusätzlichen Kraftaufwands, der deutlich über der 10%igen Längenzunahme der Fliegenrute liegt. Seither habe ich meine wenigen Fliegenruten, die 10 Fuß messen, mit viel Bedacht ausgewählt und auf eine „schnelle Bauchaktion“ geachtet. Bei dieser Aktion biegt sich die Fliegenrute im unteren Abschnitt vergleichbar mehr durch, wodurch sich sowohl der Hebelarm verkürzt als auch sich die Biegung und der Weg der Rückstellung / Entladung vergrößert. Dadurch wird der Kraftaufwand reduziert und eine solche Fliegenrute besitzt am Ende trotzdem noch genügend Rückstellvermögen, um die Fliegenschnur weit werfen zu können. Auch dieses Beispiel zeigt, dass die Biegung der Fliegenrute für den Kraftaufwand eine wichtige Rolle spielt !



Skizze XI

E) Effizienz bzw. Energieübertragung

Das Verhältnis zwischen der genutzten Energie und der aufgewendeten Energie entspricht der Effizienz bzw. dem Wirkungsgrad η . Je höher die Effizienz, desto besser ist die Energieübertragung.

E1) Energie der Rutenspitzen (Nutzen)

Die Energie E, welche die Spitzen der flexiblen und absolut steifen Fliegenrute am Ende des Wurfes erreichen, entspricht dem Nutzen²⁸. Diese Energie lässt sich mit der Formel

$$E = \frac{1}{2} * m * v(\text{end})^2$$

²⁸ Im Folgenden werden nur die Energien der Rutenspitzen auf der Seite des Nutzens betrachtet. Inwieweit sich diese Energien auch auf die Fliegenschnur übertragen lassen, ist nicht Gegenstand dieser Untersuchung. Damit mögen sich künftige Arbeiten befassen. Sicherlich spielen hierbei die werferischen Fähigkeiten eine entscheidende Rolle. Grundsätzlich stellt aber eine hohe horizontale Endgeschwindigkeit der Rutenspitze das größte Potential für eine hohe Geschwindigkeit der Fliegenschnur zur Verfügung.

berechnen. Die Endgeschwindigkeiten $v_f(\text{end})$ bzw. $v_s(\text{end})$ der Spitzen beider Fliegenruten wurden bereits unter Abschnitt C3 ermittelt.

Für die flexible Fliegenrute ergibt sich:

$$E_f = \frac{1}{2} * m * 12,535^2 \frac{L^2}{s^2} = \mathbf{78,56} \frac{m * L^2}{s^2}$$

Für die absolut steife Fliegenrute ergibt sich:

$$E_s = \frac{1}{2} * m * 9,427^2 \frac{L^2}{s^2} = \mathbf{44,43} \frac{m * L^2}{s^2}$$

E2) Arbeit bzw. Energie der Rotation (Aufwand)

Die Arbeit bzw. Energie, welche der Werfer in die Rotation der Fliegenruten eingibt, entspricht dem Aufwand. Sie lässt sich mit der Formel

$$A = \sum M * \alpha(\text{rad})$$

berechnen. Der Winkel $\alpha(\text{deg})$ beträgt bei beiden Fliegenruten 100° , was einem Bogenmaß (rad) von

$$\alpha(\text{rad}) = \pi * \frac{\alpha(\text{deg})}{180^\circ} = \pi * 0,555 = \mathbf{1,75}$$

entspricht.

Befindet sich der Rutengriff in der Endstellung (140° Position), dann hat der Werfer die gesamte Arbeit bzw. Energie am Wurf geleistet. Über den Weg der Rückstellung / Entladung ändert sich der Rotationswinkel nicht weiter, so dass der Werfer keine Arbeit bzw. Energie mehr aufbringt.

12. Feststellung: Über den Weg der Rückstellung / Entladung der flexiblen Fliegenrute bringt der Werfer keine Arbeit bzw. Energie mehr ein, weil sich der Rotationswinkel nicht ändert ($\alpha=0$). Über den Weg der Rückstellung / Entladung arbeitet allein die flexible Fliegenrute und sie erhöht dabei gleichzeitig die Geschwindigkeit ihrer Spitze.

Die Summe der über den Weg der Rutenspitze wirkenden Momente im Rutengriff wird im Folgenden mit der Trapezformel²⁹ gut angenähert berechnet.

Summe $M_f(t)$ der Momente der flexiblen Fliegenrute:

²⁹ Genauer die Sehnentrapezformel. <http://de.wikipedia.org/wiki/Trapezregel>

$$\begin{aligned}
 \sum M_f(t) &= \frac{1}{2} (M_0 + M_1) * \frac{1}{2} * 0,2666s && (\sim 40^\circ - 65^\circ) \\
 &+ \frac{1}{2} (M_1 + M_2) * \frac{1}{2} * 0,2666s && (\sim 65^\circ - 90^\circ) \\
 &+ \frac{1}{2} (M_2 + M_3) * \frac{1}{2} (0,3333s - 0,2666s) && (\sim 90^\circ - 115^\circ) \\
 &+ \frac{1}{2} (M_3 + M_4) * \frac{1}{2} (0,3333s - 0,2666s) && (\sim 115^\circ - 140^\circ) \\
 &+ \frac{1}{2} (M_4 + M_5) * (0,4s - 0,3333s) && \text{Rückstellung / Entladung} \\
 &= \frac{1}{2} * 11,70 * 0,1333s + \frac{1}{2} * 52,95 * 0,1333s + \frac{1}{2} * 71,27 * 0,0333s \\
 &+ \frac{1}{2} * 48,75 * 0,0333s + \frac{1}{2} * 28,09 * 0,0666s \\
 &\hspace{10em} \underbrace{\hspace{10em}} \\
 &\hspace{10em} \text{Dieser Betrag wird bei der Multiplikation} \\
 &\hspace{10em} \text{mit } \alpha=0 \text{ zu 0, siehe 12. Feststellung} \\
 &= 0,779 + 3,529 + 1,186 + 0,81 + 0,00 = \mathbf{6,30} \frac{m * L^2}{s^2} * s \\
 A_f(t) &= \sum M_f(t) * \alpha(\text{rad}) = 6,30 * 1,75 = \mathbf{11,025} \frac{m * L^2}{s^2} * s
 \end{aligned}$$

Summe $M_s(t)$ der Momente der absolut steifen Fliegenrute:

$$\begin{aligned}
 \sum M_s(t) &= \frac{1}{2} (M_0 + M_1) * \frac{1}{2} * 0,2666s && (\sim 40^\circ - 65^\circ) \\
 &+ \frac{1}{2} (M_1 + M_2) * \frac{1}{2} * 0,2666s && (\sim 65^\circ - 90^\circ) \\
 &+ \frac{1}{2} (M_2 + M_3) * \frac{1}{2} * (0,3333s - 0,2666s) && (\sim 90^\circ - 115^\circ) \\
 &+ \frac{1}{2} (M_3 + M_4) * \frac{1}{2} * (0,3333s - 0,2666s) && (\sim 115^\circ - 140^\circ) \\
 &= \frac{1}{2} * 35,7 * 0,1333s + \frac{1}{2} * 50,90 * 0,1333s \\
 &+ \frac{1}{2} * 56,10 * 0,0333s + \frac{1}{2} * 44,95 * 0,0333s \\
 &= 2,672 + 3,392 + 0,934 + 0,748 = \mathbf{7,74} \frac{m * L^2}{s^2} * s \\
 A_s(t) &= \sum M_s(t) * \alpha(\text{rad}) = 7,74 * 1,75 = \mathbf{13,545} \frac{m * L^2}{s^2} * s
 \end{aligned}$$

Über die gesamte Dauer des Wurfes wird am Griff der flexiblen und der absolut steifen Fliegenrute eine Arbeit bzw. Energie von

$$A_f = A_f(t) / t = 11,025 \frac{m * L^2}{s^2} * s / 0,3333s = \mathbf{33,07} \frac{m * L^2}{s^2}$$

$$A_s = A_s(t) / t = 13,545 \frac{m * L^2}{s^2} * s / 0,3333s = \mathbf{40,67} \frac{m * L^2}{s^2}$$

verrichtet.

E3) Effizienz der flexiblen und absolut steifen Fliegenrute

Der direkten Vergleich der Effizienz beider Fliegenruten, die unter den selben Randbedingungen geworfen werden, ergibt folgendes:

$$\eta = E(\text{Rutenspitze}) / A(\text{Rotation})$$

$$\eta_f(\text{flexible Fliegenrute}) = E_f / A_f = \frac{78,56}{33,07} = \mathbf{2,37}$$

$$\eta_s(\text{absolut steife Fliegenrute}) = E_s / A_s = \frac{44,43}{40,67} = \mathbf{1,09}$$

Gemäß den anfangs getroffenen Randbedingungen haben beide Fliegenruten keine Masse erhalten. Diese Randbedingung ist der Grund dafür, dass die berechneten Effizienzen über 1,0 liegen³⁰. Da sich die Vernachlässigung der Masse auf beide Fliegenruten näherungsweise gleich auswirkt, ist der Vergleich der Effizienzen η_f/η_s jedoch aussagekräftig.

$$\eta_f / \eta_s = 2,37 / 1,09 = 2,17$$

13. Feststellung: Die flexible Fliegenrute überträgt die in den Griff eingegebene Energie zur Spitze hin (Effizienz) rd. doppelt so gut wie die absolut steife Fliegenrute.

Die vom Werfer zu leistende Arbeit bzw. Energie hängt also auch von der Masse der Fliegenrute ab.

14. Feststellung: Je weniger Masse / Gewicht die Fliegenrute besitzt, desto mehr steigt bei gleicher Rotationsbewegung ihre Effizienz (bei ansonsten gleichbleibenden Eigenschaften der Fliegenrute).

³⁰ Die Effizienz η kann nicht größer als 1,0 werden, weil die gewonnene Energie nie größer als die aufgewendete sein kann. Bei Berücksichtigung der Masse beider Fliegenruten würden die Momente im Rutengriff erheblich größer als die berechneten werden, so dass die Effizienzen bei beiden Fliegenruten unter 1,0 zu liegen kommen würden. Hierzu folgende Abschätzung: bei einem Gewicht beider Fliegenruten von rd. 80 Gramm (was in etwa der verwendeten Fliegenrute SAGE 586 RPL+ entspricht) und einem Gewicht der gestreckten Fliegenschnur von rd. 10 Gramm (was in etwa der geworfenen Fliegenschnur WF5F entspricht) ergibt sich ein Faktor von $80g/10g = 8$. Wird dieses Masseverhältnis näherungsweise der Kraft zugerechnet, die auf die Spitzen wirkt, erhöht sich auch das Moment sowie die aufgewendete Arbeit bzw. Energie um diesen Faktor. Damit wären dann auch die Effizienzen beider Fliegenruten kleiner als 1,0.

E4) Änderung der Effizienz bei sich ändernder Biegung

Hier will ich kurz abschätzen, wie sich die Effizienz bei einer höheren und geringeren Biegung der flexiblen Fliegenrute ändert. Diese Betrachtung ist nur überschlägig und will bzw. kann eine genauere Ermittlung nicht ersetzen !

Aus meinen vorangehenden Untersuchungen kann eine gute Abschätzung für den Fall abgegeben werden, dass die Biegung der flexiblen Fliegenrute kleiner als in meiner Wurfsequenz ist. In diesem Fall bewegen sich die für meine Wurfsequenz berechneten Werte in Richtung der für die absolut steifen Fliegenrute berechneten Werte, d.h. die Effizienz nimmt ab !

Der Fall einer größeren als in meiner Wurfsequenz festgestellten Biegung der Fliegenrute ist schwerer abzuschätzen, weil es dafür keine berechneten Werte gibt und meine erzeugte Biegung – im Vergleich zu Wurfsequenzen anderer Fliegenwerfer – bereits relativ hoch ist³¹. Sicher ist aber, dass die Effizienz nicht „endlos“ über eine zunehmende Biegung gesteigert werden kann, da sie auch vom Rückstellvermögen³² der jeweiligen Fliegenrute abhängt. Ist das Rückstellvermögen der Fliegenrute an seine Leistungsgrenze gekommen, würde eine Erhöhung des Aufwandes (Arbeit) vermutlich keinen nennbaren Nutzen (Endgeschwindigkeit) mehr bringen.

An dieser Stelle möchte ich noch einen Vergleich zum Stabhochsprung ziehen³³: Vor 1900, als für diese Disziplin nahezu starre Stäbe aus Eschenholz verwendet wurden, lag die übersprungene Höhe bei gut 3 Metern. Mit den modernen, flexiblen Stäben können rd. doppelt so große Höhen übersprungen werden. Voraussetzung dafür ist allerdings, dass das Flexverhalten des Stabes gut auf das zu beschleunigende Gewicht (Masse) des Springers und seiner Anlaufgeschwindigkeit abgestimmt ist. Auch dieses Beispiel zeigt, dass einerseits die flexiblen Stäbe den starren deutlich überlegen sind, es andererseits aber auch auf das Biegeverhalten (Flexverhalten ~ Rückstellvermögen) des flexiblen Stabes ankommt.

Bei näherer Betrachtung der Ergebnisse meiner Untersuchungen sehe ich einen wesentlichen Grund für die Effizienz der flexiblen Fliegenrute darin, dass die im Rutengriff geleistete Arbeit bzw. aufgewendete Kraft - im Vergleich zur absolut steifen Fliegenrute - als ein kurzzeitiger Impuls "peak" wirkt. Wesentlich für einen kurzzeitigen Impuls „peak“ ist eine hohe Beschleunigung der Rutenspitze, die wiederum zu einer hohen Biegung der Fliegenrute führt³⁴. Solange eine Steigerung der Biegung auch zur Steigerung dieses kurzzeitigen Impulses "peak" **und** der Endgeschwindigkeit führt, wird vermutlich auch die

³¹ z.B. im Vergleich zu der Untersuchung von Grunde Løvoll & Jason Borger von 2007 – ‚The Rod & The Cast‘. Die Biegung meiner Fliegenrute ist deutlich höher als die dort untersuchte.

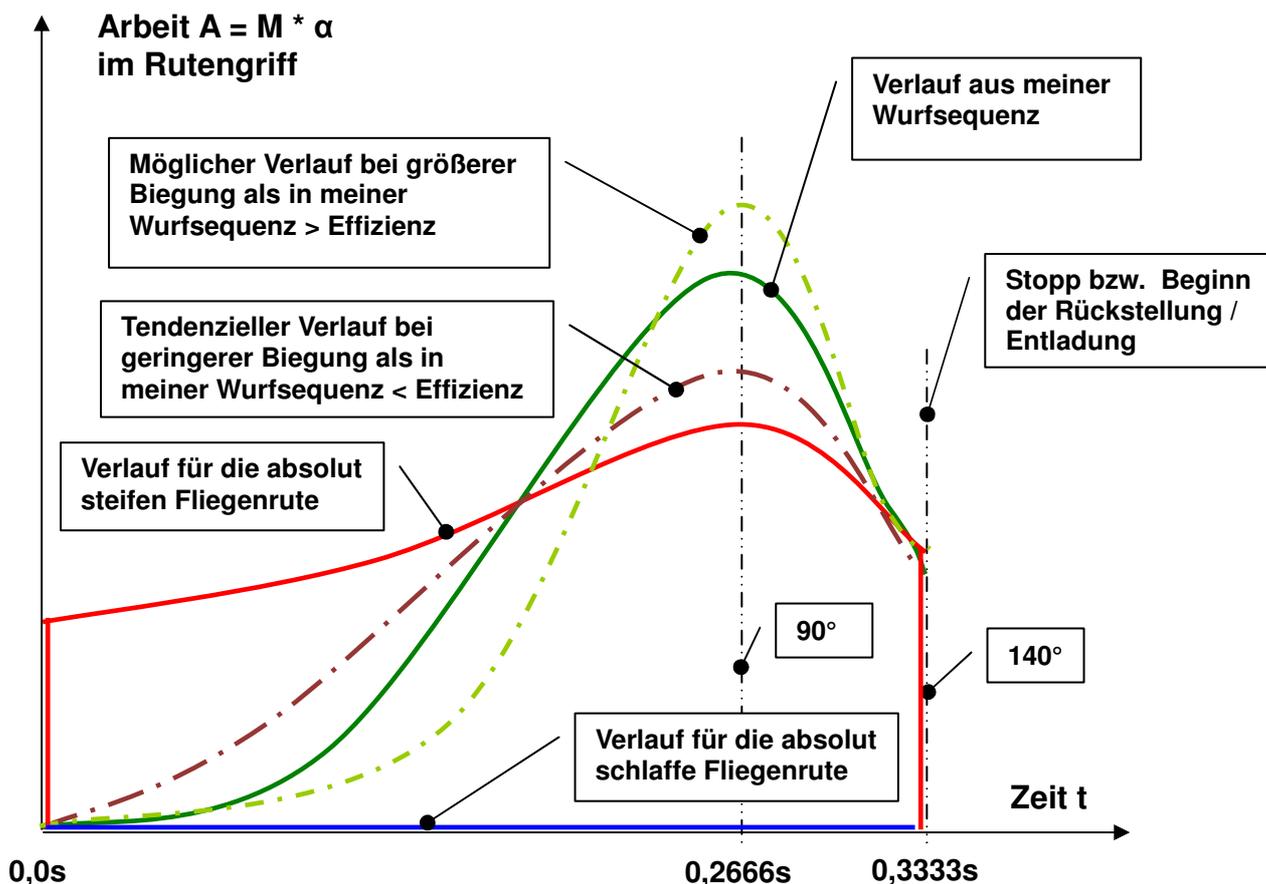
³² Je schneller sich eine Fliegenrute gerade stellt, desto höher ist ihr Rückstellvermögen.

³³ Wie bei anderen Vergleichen gilt auch hier: Stabhochspringen kann und soll nicht mit dem Fliegenwerfen gleichgesetzt werden, da es natürlich Unterschiede gibt. Aber es gibt auch genügend Parallelen, welche die Wirkung der Effizienz beim Fliegenwurf gut verdeutlichen.

³⁴ Um einen kurzzeitigen Impuls erhalten zu können, muss die Beschleunigung der Rutenspitze kurzzeitig hoch sein. Wesentliche Voraussetzung dafür ist eine möglichst geringe Beschleunigung der Rutenspitze zu Beginn des Wurfes. Aus diesem Grunde ist es wichtig, den Wurf langsam zu beginnen und ihn zum Ende hin zu steigern. Eine mehr als linear zunehmende Beschleunigung der Rutenspitze ist dabei von Vorteil.

Effizienz ansteigen. Diese Abschätzung zeigt, dass es einen Zusammenhang zwischen der Biegung der Fliegenrute und ihrer Effizienz gibt. Die Höhe der Effizienz wird wesentlich von der Art und Größe der Biegung bestimmt.

Nachfolgende Skizze XII zeigt - grob abgeschätzt - die Änderung der Arbeit im Rutengriff bei sich ändernder Biegung:



Skizze XII

F) Untersuchung weiterer Einflussfaktoren

Der Fliegenwurf wird von weiteren Faktoren beeinflusst, auf die ich im Folgenden kurz eingehen möchte. Diese weiteren Untersuchungen erheben keinen Anspruch auf Vollständigkeit.

F1) Der Drehimpuls

Die in meinen bisherigen Untersuchungen festgestellte, kurzzeitig hohe Beschleunigung "peak" um die 90° Position herum deutet darauf hin, dass die Biegung der Fliegenrute noch einen zusätzlichen Effekt erzeugt, der auf der Drehimpulserhaltung beruht³⁵.

Aufgrund der zunehmenden Biegung der Fliegenrute verlässt der Drehpunkt der rotierenden Masse den Rutengriff und steigt in Richtung der Spitze empor. Dadurch erfährt die Spitze der Fliegenrute eine zusätzliche Beschleunigung, d.h. ihre Geschwindigkeit nimmt erheblich zu.

Der Drehimpuls beruht auf der Rotationsenergie³⁶ und wird über die nachstehende Formel berechnet:

$$D = m * r^2 * \omega; \text{ mit } \omega = \frac{v(\text{Rutenspitze})}{r} \rightarrow D = m * r^2 * \frac{v}{r} = m * r * v$$

mit D = Drehimpuls; m = bewegte Masse; r = Radius zwischen dem Drehpunkt der rotierenden Masse und der Rutenspitze; ω = Rotationsgeschwindigkeit um den Drehpunkt der rotierenden Masse

Der Radius r muss senkrecht auf die horizontal verlaufende Geschwindigkeit zeigen (Index h).

$$D = m * r, h^2 * \frac{v, h}{r, h} = m * r, h * v, h$$

Die vorgenannte nach v,h umgestellte Formel lautet: $v, h = \frac{D}{m * r, h}$

Als Drehpunkt der rotierenden Masse gibt der Scheitelpunkt der Biegung der Fliegenrute eine ausreichend gute Annäherung ab, der in der folgenden Skizze XIII mit dem Symbol \odot gekennzeichnet wird³⁷. Der Drehimpuls D ist eine physikalische Erhaltungsgröße, d.h. solange die Fliegenrute weiter beschleunigt wird, bleibt der jeweils eingetragene Drehimpuls dem System bei der Umverteilung der rotierenden Masse erhalten³⁸. Für eine

³⁵ Die Untersuchungen des Abschnitts F), insbesondere zum Drehimpuls, habe ich in enger Zusammenarbeit mit Dr. Franz-Josef Schmitt (siehe Danksagung) angestellt. Die Drehimpulserhaltung führt zu dem im Eiskunstlauf und andere sportlichen Disziplinen bekannten Pirouetteneffekt.

³⁶ Energie der Bewegung, also kinetische Energie. <http://de.wikipedia.org/wiki/Drehimpuls>

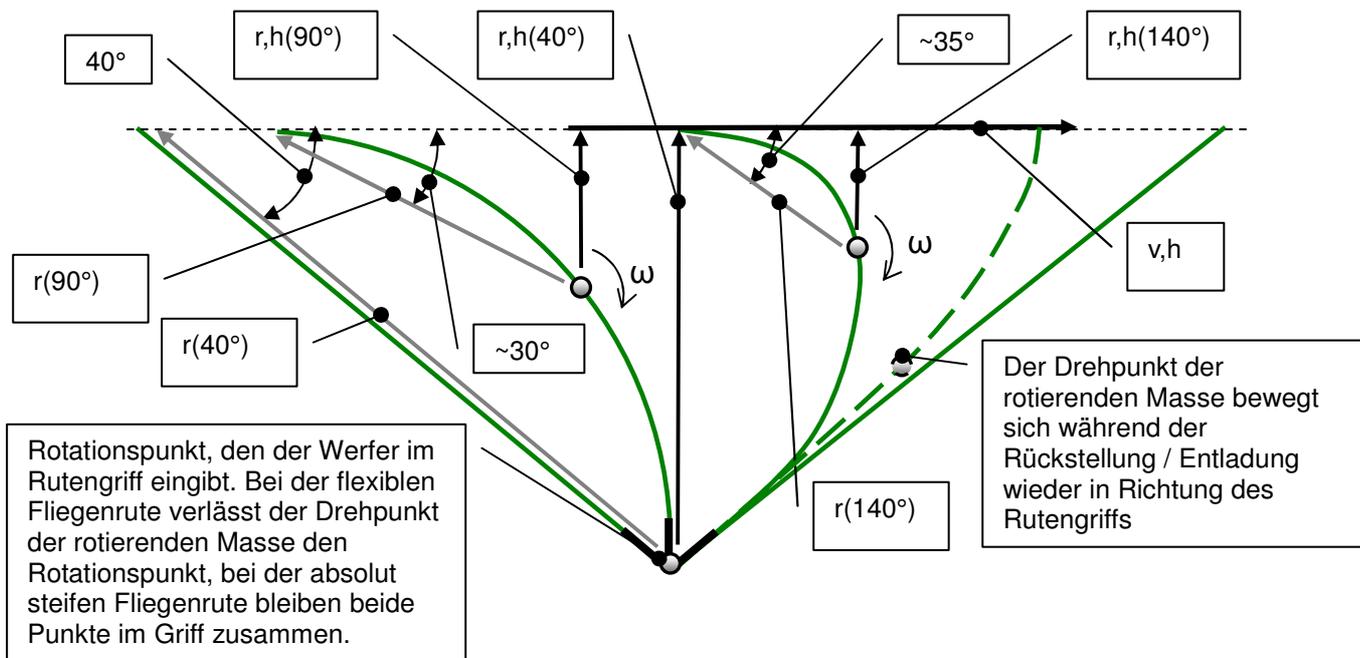
³⁷ Eine genauere Bestimmung des Drehpunktes ist sehr aufwendig und nur mit höherer Mathematik möglich. Für die Darstellung der Wirkungsweise der Drehimpulserhaltung ist die geschilderte Annäherung ausreichend genau.

³⁸ Weil insbesondere die Rotation der Fliegenrute fortlaufend Energie zuführt, stellt sie kein geschlossenes Energiesystem dar, an welchem die Wirkung der Drehimpulserhaltung oft verdeutlicht wird. Die Drehimpulserhaltung besitzt aber in kleinen Abschnitten eines Wurfes Gültigkeit, weil sich der „Dreharm“ verändert und es deshalb zu einer Beschleunigung der Spitze kommt. Dies liegt im Wesentlichen an der Verlagerung des Drehpunktes während des Wurfes. Solange die in die Fliegenrute eingegebene Energie aufgrund der Biegung den Drehpunkt in Richtung der Rutenspitze verlagert (wie in meiner Wurfsequenz eindeutig zu erkennen), kann der momentane Drehimpuls nicht abnehmen und bleibt der Fliegenrute deshalb erhalten. Dass der Effekt der Drehimpulserhaltung wirken muss, zeigt auch die enorme Zunahme der Geschwindigkeit der Rutenspitze an. Innerhalb der Positionen 40° bis 90° und 90° bis 140° nimmt die Geschwindigkeit ihrer Rutenspitze von ca. 5% auf ca. 84% ihrer Endgeschwindigkeit zu (siehe 8. Feststellung), was einer Zunahme um das 16 bis 17-fache entspricht. Damit liegt die Zunahme der Geschwindigkeit der Rutenspitze deutlich über der Zunahme der Rotationsgeschwindigkeit im Rutengriff. Dr. Schmitt (siehe Danksagung) gibt im Anhang 3 weitergehende Erläuterungen zur Wirkung des Drehimpulses.

vereinfachte Betrachtung kann angenommen werden, dass der Drehimpuls generell über die gesamte Dauer des Wurfes konstant bleibt.

$$D(40^\circ) = D(90^\circ) = D(140^\circ) = D(\text{rück}) = \text{konstant}$$

Für die flexible Fliegenrute ergibt sich:



Skizze XIII

Die geometrischen Beziehungen werden aus der vorstehenden Skizze XIII bestimmt³⁹. Für den Radius r ergibt sich näherungsweise:

$$r(40^\circ) \sim L; r(90^\circ) \sim \frac{1}{2} L; r(140^\circ) \sim \frac{1}{3} L$$

Der rechtwinklig zur Richtung der Geschwindigkeit stehende Radius r,h wird in der nachfolgenden Tabelle ermittelt:

Position Rotationswinkel / Stellung Rutengriff	40°	90°	140°
Radius r des Drehimpulses	~ L	~ 1/2 L	~ 1/3 L
Radius r,h des Drehimpulses rechtwinklig zur Richtung der Geschwindigkeit v,h	$r,h \approx r(40^\circ) * \sin(40) = 0,643 L$	$r,h \approx r(90^\circ) * \sin(30) = 0,250 L$	$r,h \approx r(140^\circ) * \sin(35) = 0,191 L$

³⁹ Eine genauere Bestimmung der geometrischen Beziehungen ist aufwendig und würde den Rahmen meiner Untersuchungen sprengen. Dieser Abschnitt soll die grundsätzliche Wirkungsweise der Drehimpulserhaltung aufzeigen, wofür die näherungsweise bestimmten geometrischen Größen ausreichend genau sind.

Die sich bewegende Masse m befindet sich im Wesentlichen oberhalb des Drehpunktes. Weil sich in meiner Wurfsequenz der Drehpunkt bei zunehmender Biegung vom Griff der Fliegenrute in Richtung ihrer Spitze bewegt, verkürzt sich der Radius und die sich bewegende Masse nimmt ab. Für die sich bewegende Masse m kann folgendes festgestellt werden:

$$m(40^\circ) > m(90^\circ) > m(140^\circ)$$

Dieser positive Effekt der abnehmenden sich bewegenden Masse m wird der Einfachheit halber vernachlässigt und die Masse als konstant angenommen. Der Drehimpuls wirkt auf die horizontale Geschwindigkeit v,h der Rutenspitze wie folgt:

$$v,h(>40^\circ) = \frac{D}{m * 0,643L}; v,h(90^\circ) = \frac{D}{m * 0,25L};$$

$$v,h(140^\circ) = \frac{D}{m * 0,191L}; v(\text{rück}) = \frac{D}{m * 0,643L}$$

$$v,h(90^\circ)/v,h(>40^\circ) = \frac{0,643}{0,25} = \mathbf{2,57}; v,h(140^\circ)/v,h(90^\circ) = \frac{0,25}{0,191} = \mathbf{1,31}$$

$$v(\text{rück})/v,h(140^\circ) = \frac{0,191}{0,643} = \mathbf{0,30}$$

15. Feststellung: Allein durch die Wirkung der Drehimpulserhaltung nimmt die horizontale Geschwindigkeit der Spitze der flexiblen Fliegenrute innerhalb der 40° bis 90° Position um den Faktor 2,57 und innerhalb der 90° bis 140° Position noch einmal um den Faktor 1,31 zu. Gerade während sich die Biegung aufbaut, wird die horizontale Geschwindigkeit deutlich gesteigert. Die Abnahme dieser Geschwindigkeit über den Weg der Rückstellung / Entladung auf den Faktor 0,30 wird durch die einsetzende Entspannung der Fliegenrute (Federwirkung) kompensiert⁴⁰.

⁴⁰ Wegen den zuvor beschriebenen, vereinfachten Annahmen erheben die Faktoren keinen Anspruch, die Zunahme der Geschwindigkeit der Rutenspitze exakt abzubilden. Durch das Zusammenspiel von zugeführter Rotationsenergie, Verlagerung des Drehpunktes und potentieller Federenergie bleibt die Spitze der flexiblen Fliegenrute in der Geschwindigkeit zunächst deutlich hinter der absolut steifen Fliegenrute zurück, holt aber trotz zunehmender potentieller Federenergie wegen der Verlagerung des Drehpunktes auf und erreicht schon in der 90° Position die Geschwindigkeit der absolut steifen Fliegenrute. Bei der flexiblen Fliegenrute wird die meiste Energie zum Ende des Wurfes hin übertragen.

Durch die Biegung der flexiblen Fliegenrute verkürzt sich der Abstand zwischen der rotierenden Masse (die insbesondere aus der Fliegenschnur und dem Spitzensegment der Fliegenrute besteht) und dem Rotationspunkt beim Griff. Da der momentan in System befindliche Drehimpuls erhalten bleibt bzw. sich umverteilt, muss diese Verkürzung zu einer Zunahme der Rotationsgeschwindigkeit führen - vergleichbar der Pirouette beim Eiskunstlauf. Diese läuft in die Richtung der Rutenspitze, wodurch sie eine zusätzliche Geschwindigkeit erfährt. Darüber hinaus bewirkt die Biegung, dass Massenelemente in der Nähe des Griffes noch näher an den Rotationspunkt heran gelangen, was zu einer weiteren Umverteilung des Drehimpulses und Geschwindigkeitszunahme führen muss. Diese zusätzliche Wirkung kann mit einer weiteren Verkürzung des Abstandes zwischen der rotierenden Masse zu ihrem Drehpunkt dargestellt werden, weshalb der Drehpunkt der rotierenden Masse in Richtung der Rutenspitze emporg steigt.

Für die absolut steife Fliegenrute ergibt sich dieser Effekt des Drehimpulses nicht, weil sie sich nicht durchbiegt. Bei ihr verbleibt der Drehpunkt der rotierenden Masse im Rutengriff, er fällt mit dem Rotationspunkt im Rutengriff zusammen. Bei einer sehr steifen Fliegenrute, die sich nur leicht durchbiegt, bewegt sich der Drehpunkt der rotierenden Masse zwar etwas vom Rutengriff in Richtung der Rutenspitze, erreicht aber nicht die großen Abstände zum Rutengriff wie bei meiner Wurfsequenz. Dadurch fällt die Verkürzung des Radius r bzw. r, h geringer aus und damit auch die Zunahme der Geschwindigkeit aus der Drehimpulserhaltung⁴¹.

Der Effekt der Drehimpulserhaltung bestätigt meine unter Abschnitt E4 getroffene Abschätzung, dass die Effizienz bei geringer werdender Biegung abnimmt. Darüber hinaus zeigt diese Betrachtung, dass die bis zum Beginn des Stopps bzw. der Rückstellung / Entladung zunehmende Biegung nicht nur die potentielle Federenergie der Fliegenrute, sondern auch den Effekt der Drehimpulserhaltung erhöht⁴².

F2) Die Translationsbewegung

Der Abstand der Position des Rutengriffs zwischen den Stoppositionen (Anfangs- und Endstellung) zeigt an, in welchem Maße der Werfer die Translationsbewegung einsetzt. Je größer dieser Abstand ist, desto mehr wird die Translationsbewegung in den Fliegenwurf mit einbezogen. Sie verlängert den Weg, den die Rutenspitze - verglichen mit ihrem Weg bei ausschließlicher Rotationsbewegung - fährt.

F2.1) Translationsbewegung der Wurfsequenz

Aus meiner Wurfsequenz geht hervor, dass ich einen verhältnismäßig langen Translationsweg benutze (siehe Bilder unter Abschnitt C2). Dieser beträgt rd. einen Meter⁴³. Um diesen Meter verlängert sich der Weg der Rutenspitze. Über die Rotationsbewegung legt die Rutenspitze einen Weg von $1,54 * L$ zurück (siehe unter Abschnitt B3). Bei einer Länge von rd. 2,65m, welche die verwendete SAGE 586 RPL+ besitzt, ergibt sich ein Weg von

$$WRs(f) = 1,54 * 2,65m = \mathbf{4,08\ m}$$

Damit beträgt der Anteil der Translationsbewegung in meiner Wurfsequenz $1,0m / 4,08m \approx \frac{1}{4}$ des Gesamtweges der Rutenspitze. Es fällt auf, dass sich dieses Verhältnis bei längeren Fliegenruten verkleinert und bei kürzeren Fliegenruten entsprechend vergrößert.

⁴¹ Mit Hilfe der Drehimpulserhaltung und der Umverteilung der rotierenden Masse, die zur Spitze hin abnimmt, konzentriert / bündelt bzw. „pumpt“ die flexible Fliegenrute quasi die eingegebene kinetische Energie in ihre Spitze. Dies kann die absolut steife Fliegenrute überhaupt nicht leisten !

⁴² Dass die Biegung bis zum Beginn des Stopps bzw. der Rückstellung / Entladung zunimmt, hat die 9. Feststellung hervorgehoben. Solange die Biegung der Fliegenrute wie in meiner Wurfsequenz festgestellt anwächst, verkürzt sich auch der Radius. Die Verkürzung des Radius erhöht den Effekt der Drehimpulserhaltung. Die Betrachtung des Drehimpulses zeigt, dass eine zunehmende Biegung der Fliegenrute dem Werfer Vorteile bringen kann.

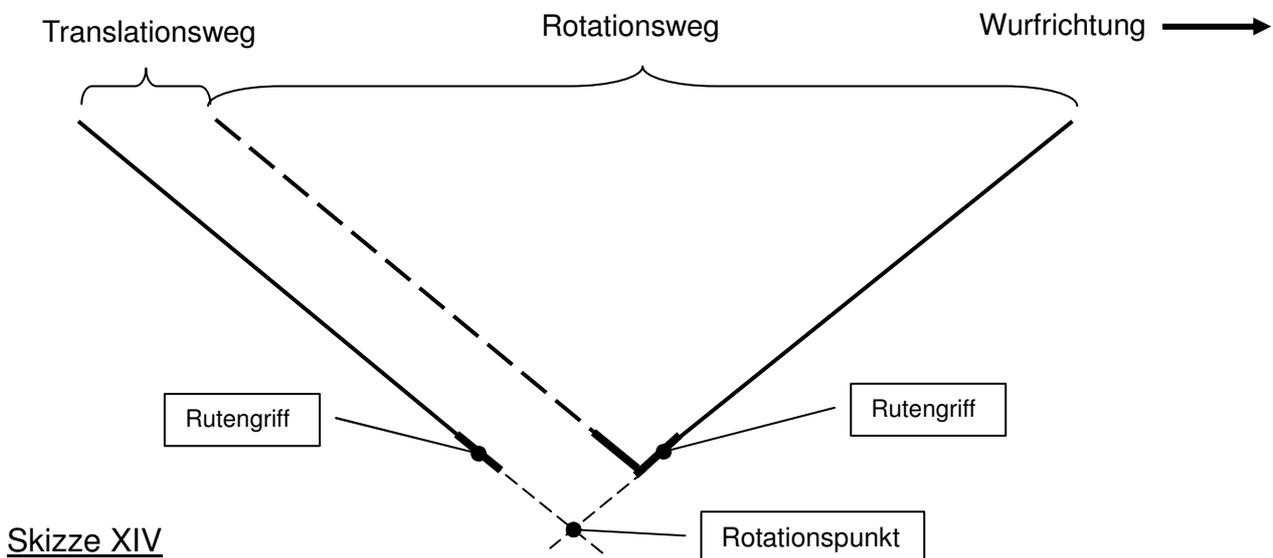
⁴³ Der Translationsweg ist abgeschätzt aus dem Abstand des Rutengriffs zwischen dem ersten und letzten Bild meiner Wurfsequenz. Als Bezug dient meine Körpergröße von 1,77m.

16. Feststellung: Je kürzer eine Fliegenrute ist, desto mehr trägt die Translationsbewegung zum gesamten, horizontalen Weg der Rutenspitze bei. Und je länger eine Fliegenrute ist, desto weniger trägt die Translationsbewegung zum gesamten, horizontalen Weg der Rutenspitze bei⁴⁴.

Aus meiner Wurfsequenz geht weiter hervor, dass ich die Translationsbewegung weit überwiegend zu Beginn des Wurfes ausführe. Dadurch wird ein ggf. vorhandener Anteil schlaffer Fliegenschnur zu Beginn des Wurfes entfernt, die Fliegenschnur liegt gestreckt an der Rutenspitze an („Kraftschluss“) und die Fliegenrute wird für die anschließende Rotationsbewegung „vorgespant“ (siehe Bilder 1 bis 6 unter Abschnitt C2). Die Biegung der Fliegenrute wird gleich zu Beginn des Wurfes aktiviert und kann sanft aufgebaut werden⁴⁵.

Dieser zusätzliche Weg aus der Translationsbewegung kann dem Werfer also Vorteile bringen. Der Werfer der absolut steifen Fliegenrute könnte mit der Translationsbewegung sogar einen geraden Anteil des Weges der Rutenspitze fahren. Die Translationsbewegung bewirkt auch, dass der Rotationspunkt der Wurfbewegung tiefer kommt (siehe nachstehende Skizze XIV). Je tiefer der Rotationspunkt, desto größer kann der gerade Anteil des Weges der Rutenspitze bei gleichzeitig klein gehaltenem Rotationswinkel gesteigert werden. Dies ist für eine enge Schlaufe von großem Vorteil.

Da die Translationsbewegung bei beiden Fliegenruten in ähnlicher Art und Weise wirkt, kann unterstellt werden, dass sich ihr Einfluss im Vergleich neutralisiert.



Skizze XIV

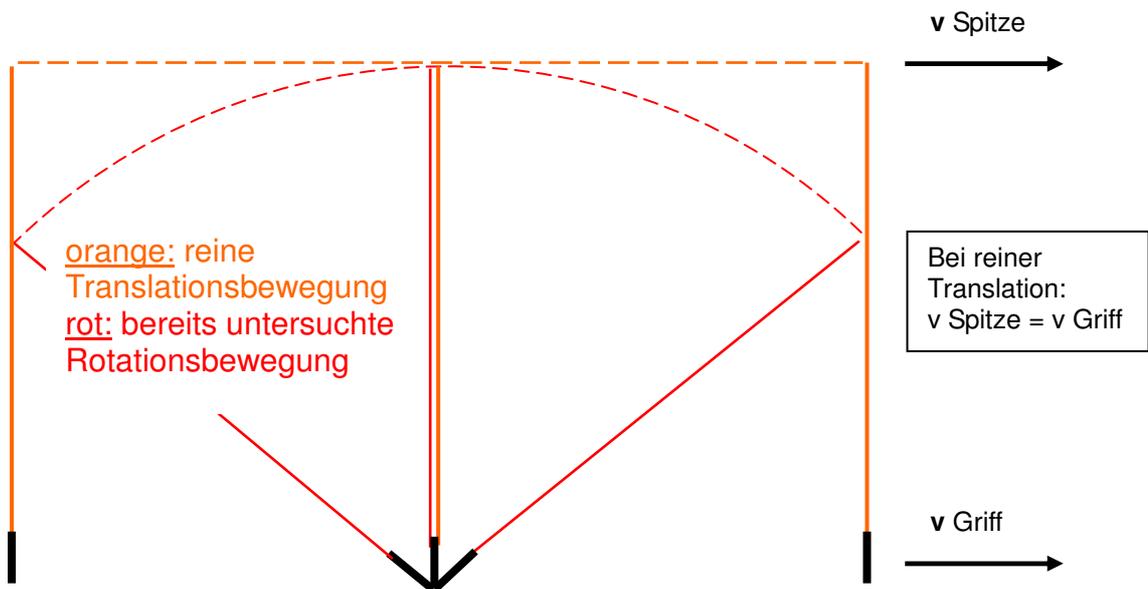
⁴⁴ Damit wird auch klar, dass bei kurzen Fliegenruten eine ausgeprägte Translationsbewegung von großem Vorteil ist. „Kurze Stecken“ (Fliegenruten um die zwei Meter) werden aus diesem Grunde am besten mit inaktivem Handgelenkt „aus der Schulter“ geworfen – siehe Hans Gebetsroither. Dadurch verlagert sich der Drehpunkt nach unten und der Anteil der Translationsbewegung wird größer – wodurch sich der Weg der Rutenspitze gerade bei diesen kurzen Fliegenruten insgesamt erheblich verlängern lässt.

⁴⁵ Aus den genannten Gründen profitieren auch andere Spezialwürfe, wie z.B. Rollwurf ("halber Fliegenwurf") oder Switch Cast (auch D- Cast genannt) von einer ausgeprägten Translationsbewegung zu Beginn des Wurfes.

F2.2) Reine Translationsbewegung der absolut steifen Fliegenrute

Gemäß den anfangs getroffenen Randbedingungen habe ich der absolut steifen Fliegenrute eine Rotationsbewegung verordnet. Dadurch ergibt sich für sie aus der Zerlegung der Kräfte ein wesentlicher Nachteil, den ich unter Abschnitt B4 dargestellt habe⁴⁶. Im Folgenden möchte ich kurz abschätzen, ob die absolut steife Fliegenrute effizienter geworfen werden könnte, wenn dieser Nachteil entfallen würde.

Der beschriebene Nachteil entfiere, wenn die absolut steife Fliegenrute mit einer reinen Translationsbewegung geworfen werden könnte. Die reine Translationsbewegung im Vergleich zu der untersuchten Rotationsbewegung ist in Skizze XV dargestellt.



Skizze XV

In diesem Falle wären die Geschwindigkeiten der Spitze und des Griffs der absolut steifen Fliegenrute gleich groß. Die gleichen Geschwindigkeiten erzeugen über die Beziehung $E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ die gleiche Energie. Daher muss die vom Werfer in den Griff eingegebene Energie gleich der Energie sein, welche in die Rutenspitze übertragen wird.

$$\eta_{\text{s(translation)}} = \frac{E(\text{Rutenspitze})}{E(\text{Rutengriff})} = 1,0$$

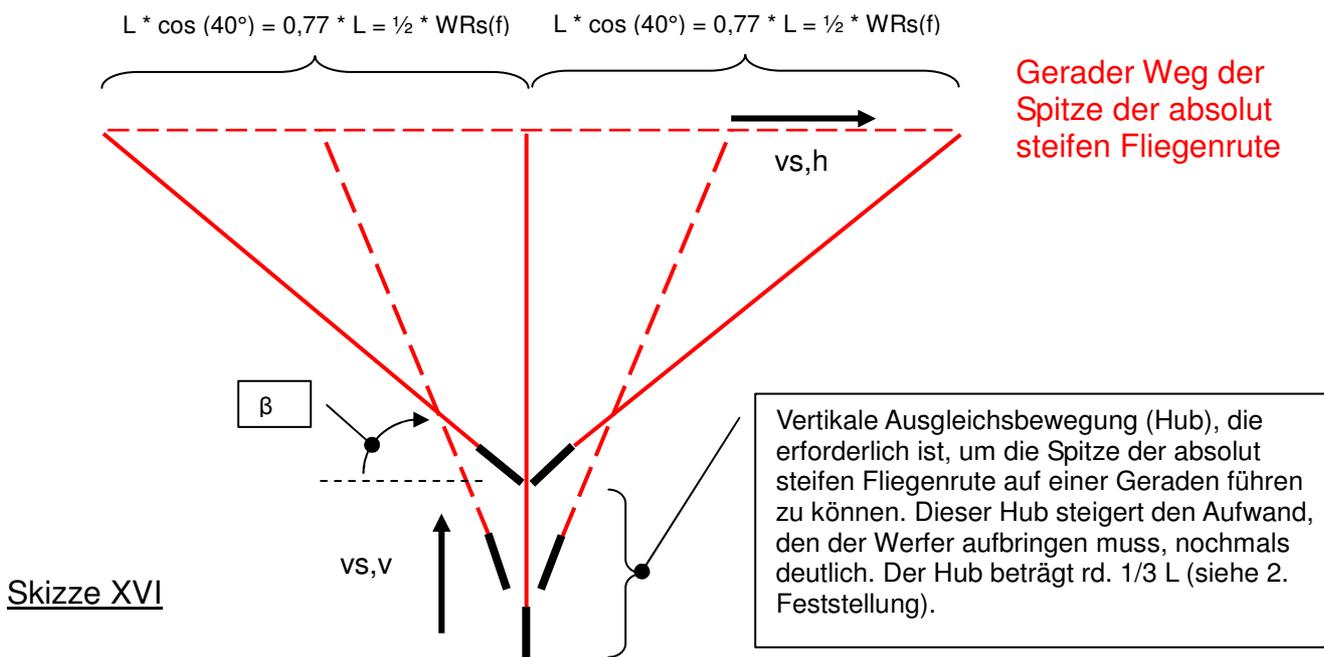
Mit 1,09 besitzt die in Abschnitt E3 für die Rotationsbewegung berechnete Effizienz der absolut steifen Fliegenrute in etwa den selben Wert. Bei einer reinen Translationsbewegung würde die Effizienz der absolut steifen Fliegenrute folglich nicht höher als bei der Rotationsbewegung werden, welche ich meinen Untersuchungen zugrunde gelegt und mit den Ergebnissen der flexiblen Fliegenrute verglichen habe.

⁴⁶ Andererseits habe ich der absolut steifen Fliegenrute durch die Verkürzung des Hebelarms auch einen Vorteil zugestanden, wodurch der Aufwand des Werfers abnimmt (siehe Abschnitte D3 und E2).

F3) Andere Bewegungsabläufe der absolut steifen Fliegenrute

Wie im Abschnitt F2.2 dargestellt kann die absolut steife Fliegenrute weder mit einer reinen Rotationsbewegung, noch mit einer reinen Translationsbewegung die eingegebene Arbeit bzw. Energie besser in ihre Spitze übertragen, als es die flexible Fliegenrute in meiner Wurfsequenz vermag. Hier möchte ich abschätzen, ob irgendeine andere Bewegung, ein anderer Weg oder ein anderer Geschwindigkeitsverlauf daran etwas ändert.

Die Spitze der absolut steifen Fliegenrute könnte auf einer Geraden anstelle auf einem Kreissegment geführt werden, wenn der Werfer im Griff eine vertikale Ausgleichsbewegung (Hub) ausführt. Dieser Bewegungsablauf ist in der nachfolgenden Skizze XVI dargestellt. Die von mir für diesen Fall durchgeführte Vergleichsrechnung (siehe Anhang 1) ergab, dass sowohl die horizontale Endgeschwindigkeit $v(\text{end})$ der Rutenspitze, als auch ihre Beschleunigung a erheblich zunehmen. Die zunehmende Beschleunigung lässt die im Rutengriff wirkenden Momente – und damit auch den Aufwand des Werfers – gleichzeitig stark ansteigen. Darüber hinaus muss der Werfer aufgrund der vertikalen Ausgleichsbewegung (Hub) im Rutengriff einen deutlichen, zusätzlichen Aufwand leisten, so dass sich die Effizienz wieder zum Wert 1,0 hin bewegt⁴⁷.



⁴⁷ Die Vergleichsrechnung im Anhang 1 wurde mit denselben Randbedingungen und Formeln durchgeführt, wie zuvor in meinen Untersuchungen verwendet. Im Ergebnis erreicht die absolut steife Fliegenrute keine höhere als zuvor berechnete Effizienz! Zwar steigt die Endgeschwindigkeit der Rutenspitze auf gut $13 L/s$ an, doch schon allein bei Berücksichtigung des Aufwands aus der Rotation bleibt ihre Effizienz deutlich hinter der Effizienz der flexiblen Fliegenrute zurück. Wird nun der Aufwand aus der vertikalen Ausgleichsbewegung mit berücksichtigt, verringert sich ihre Effizienz in Richtung des Wertes 1,0 und das Verhältnis der Effizienzen η_f/η_s beider Fliegenruten steigt erneut zugunsten der flexiblen Fliegenrute auf den bereits in Abschnitt E3 berechneten Wert an. Weil sich für die masselose, absolut steife Fliegenrute keine höhere Effizienz als 1,0 einstellt, kann auch eine massebehaftete, absolut steife Fliegenrute die mögliche Effizienz der flexiblen Fliegenrute nie erreichen - unabhängig davon, wie sie bewegt wird. Bei der flexiblen Fliegenrute hängt die Effizienz von der Biegung ab, weshalb sie variiert.

Der hier untersuchte Bewegungsablauf zeigt, dass die absolut steife Fliegenrute ähnlich einer Pleuelstange⁴⁸ funktioniert. Die Pleuelstange überträgt die in das eine Ende (hier: Griff) eingegebene Energie in das andere Ende (hier: Spitze) "eins zu eins (1:1)" und besitzt keine Effekte, welche die Energieübertragung der reinen kinetischen Energie zur Rutenspitze hin begünstigen könnten. Diese Ähnlichkeit erklärt, warum die absolut steife Fliegenrute die Effizienz nicht steigern kann.

17. Feststellung: Weder mit einer reinen Rotations- noch mit einer reinen Translationsbewegung kann die Effizienz der masselosen, absolut steifen Fliegenrute über den Wert von 1,0 gesteigert werden. Die absolut steife Fliegenrute kann auch bei keiner anderen denkbaren Bewegung, keinem anderen Weg, Rotationswinkel oder Geschwindigkeitsverlauf Hilfe für eine bessere Übertragung der Energie vom Griff zur Spitze anbieten. Aus diesem Grunde erfährt sie durch die meinen Untersuchungen zugrunde gelegten Rotationsbewegung keine Nachteile⁴⁹.

Damit der Werfer die Spitze der absolut steifen Fliegenrute auf einer Geraden führen kann, muss er einerseits der Anteil der Translationsbewegung hoch und andererseits der Anteil der Rotationsbewegung gering halten. Wollte er mit der absolut steifen Fliegenrute den selben Winkel von 100° wie in meinen Untersuchungen aufspannen, müsste er mit dem Rutengriff in der vertikalen 90° Position eine vertikale Ausgleichsbewegung (Hub) von rd. 1/3 der Rutenlänge ausführen (siehe 2. Feststellung und Skizze XVI). Bei einer Länge der verwendeten SAGE 586 RPL+ würde dieser auszugleichende, vertikale Hub ganze 1/3 * 2,65m = 88cm betragen müssen.

⁴⁸ Oder auch Kolbenstange. In der Regel übertragen diese Stangen die Energie auf eine Kurbelwelle. Sie können die Energie aber auch z.B. entlang eines geraden Weges (auf einen Führungsschlitten) übertragen - so wie ihn die Spitze der absolut steifen Fliegenrute im untersuchten Bewegungsablauf beschreibt.

⁴⁹ Selbst bei Berücksichtigung der höheren tangentialen Geschwindigkeit (siehe Abschnitt C3.2) würde sich keine Steigerung der Effizienz ergeben, weil sich über die dazugehörige Geometrie gleichzeitig ein deutlich höherer Aufwand einstellt (volle Rutenlänge als Hebelarm und höherer tangentialer Anteil der auf die Spitze wirkende Kraft erhöhen den Aufwand im Griff entsprechend, siehe Abschnitt B4.2). Weil sich jede denkbare Bewegung aus Rotation und Translation zusammensetzt, kann sich bei starren Systemen die Effizienz auch bei Kombinationen von Bewegungen nicht ändern. Daraus folgt, dass die absolut steife Fliegenrute selbst dann ihre Effizienz nicht steigern kann, wenn sie mit einem anderen, beispielsweise kleineren Rotationswinkel als meinen Untersuchungen zugrunde gelegt geworfen wird. Zur Effizienz der absolut steifen Fliegenrute noch folgendes Gedankenspiel: Ein kompakter Massekörper - z.B. eine Kugel - soll eine Geschwindigkeit erhalten. Um diesen Massekörper in Bewegung zu versetzen, wird genau soviel Energie benötigt, wie er durch die eigene Geschwindigkeit (Rotation und /oder Translation) schließlich besitzt. Die Effizienz (Verhältnis zwischen der Energie seiner Geschwindigkeit und der eingegebenen Energie) wird unverändert bleiben. Nimmt dieser kompakte Massekörper nun eine andere Form an, wie z.B. die längliche Form eines Stocks oder einer absolut steifen Fliegenrute, wird sich an diesem Verhältnis der Energien nichts ändern können.

18. Feststellung: Es ist gerade die Rotationsbewegung, welche die Geschwindigkeit der Spitze am meisten steigert. Der Werfer der absolut steifen Fliegenrute muss bei längeren Fliegenruten und größerem Rotationswinkel genau auf diesen Vorteil zunehmend verzichten, weil er mit der Spitze entweder den geraden Weg verlassen oder im Griff eine vertikale Ausgleichsbewegung (Hub) ausführen muss, die mit zunehmender Rutenlänge immer schwieriger bis unmöglich wird⁵⁰.

F4) Dämpfung

Sowohl das Dämpfungs-, als auch das Nachschwingungsverhalten fällt bei der flexiblen und absolut steifen Fliegenrute sehr unterschiedlich aus.

Die flexible Fliegenrute baut aufgrund ihrer Biegung bis zu Beginn ihrer Rückstellung / Entladung kontinuierlich eine potentielle Spannkraft auf, die über den Weg der Rückstellung / Entladung kontinuierlich wieder abgebaut wird (vergleiche Abschnitt D1, Skizze X). Ebenso kontinuierlich nimmt der Kraftaufwand des Werfers zu bzw. ab. Am Ende der Rückstellung / Entladung durchläuft die Spitze der flexiblen Fliegenrute aufgrund der Geschwindigkeit der eigenen Masse (Trägheit) ihre Ruheposition und baut für kurze Zeit in die andere Richtung eine kleinere Gegenbiegung auf⁵¹.

Der kontinuierliche Auf- und Abbau der potentiellen Spannkraft dämpft das Energiesystem der flexiblen Fliegenruten in hohem Maße. Kraft- bzw. Energieimpulse können von der flexiblen Fliegenrute abgefangen werden. Dadurch wird der Kraftaufwand des Werfers harmonisiert, d.h. er nähert sich einem harmonischen Verlauf an.

Wegen der fehlenden Biegung kann die absolut steife Fliegenrute keine potentielle Spannkraft auf- und abbauen (vergleiche Abschnitt D2). Aus diesem Grunde besitzt sie auch kein Dämpfungsverhalten. Ihre Masse muss mit einem schlagartigen, abrupten

⁵⁰ Es zeigt sich, dass bei der absolut steifen Fliegenrute ein großer Nachteil nicht vermieden werden kann: der vertikale Bewegungsanteil ! Erfolgt im Rutengriff eine reine Rotationsbewegung, so muss die Rutenspitze mit einer vertikalen Bewegung vom geraden Weg abweichen („Scheibenwischer“). Wird hingegen ihre Rutenspitze auf einem geraden Weg geführt, so muss eine vertikale Ausgleichsbewegung (Hubbewegung) im Griff erfolgen (siehe Skizze XVI). Beide vertikale Bewegungsanteile verringern die Effizienz der absolut steifen Fliegenrute ! Nur eine reine Translationsbewegung wäre in der Lage, die Spitze der absolut steifen Fliegenrute auch ohne vertikalen Bewegungsanteil auf einer Geraden zu führen (siehe Abschnitt F2.2). So vermag auch die Translationsbewegung die Effizienz nicht zu steigern. Mit der flexiblen Fliegenrute kann hingegen die nachteilige vertikale Bewegung nahezu gänzlich vermieden werden, wodurch sich der Aufwand des Werfers deutlich reduzieren lässt.

⁵¹ Diese erste Gegenbiegung ist unvermeidlich und führt im Vergleich zur absolut steifen Fliegenrute zu einer anfänglich etwas größeren Schlaufe. Die erste Gegenbiegung kann – neben einem geringen Energieverlust, der sich aus dem elastischen Verhalten der Fliegenrute ergibt – als Nachteil der flexiblen Fliegenrute angesehen werden. Alle weiteren Gegenbiegungen können und sollten vom Werfer hingegen unterbunden werden. Dadurch entsteht ein wellenfreies Schlaufenbild, welches für die optimale Übertragung der Kräfte entscheidend ist. Angesichts der vielen, deutliche Vorteile der flexiblen Fliegenrute fällt dieser Nachteil nicht sehr ins Gewicht. Wie zuvor beschrieben verursacht das flexible Verhalten der Fliegenrute einen geringen Energieverlust. Es wird davon ausgegangen, dass dieser Verlust ca. 1/3 der potentiellen Energie betrifft. Da der potentielle Anteil der Energie rd. 1/4 der gesamten Energie ausmacht (siehe Abschnitt D1), fällt der Verlust mit rd. 8% ($1/4 * 1/3 = 1/12 = 0,0833 = 8,3\%$) klein aus und kann vernachlässigt werden.

Kraftaufwand sowohl in Bewegung gesetzt, als auch abgebremst werden. Der Kraftaufwand des Werfers ist nicht harmonisch, er ist vielmehr disharmonisch.

Das Dämpfungsverhalten erhöht auch das „Wohlgefühl“, es erzeugt Komfort. Zur Verdeutlichung möchte ich an dieser Stelle einen Vergleich zu Matratzen ziehen: je nach persönlicher Vorliebe gibt es weichere oder härtere Matratzen⁵². Gemeinsam ist ihnen, dass sie Bewegungsimpulse abfedern, so dass sie den Druckpunkten des Körpers nachgeben. Der Körper kann komfortabel und beschwerdefrei liegen bzw. seine Liegeposition ändern.

Ähnlich dem Benutzer der Matratze kann der Werfer der flexiblen Fliegenrute von dem Komfort der Dämpfung profitieren und über einen langen Zeitraum beschwerdefrei werfen. Der Werfer der absolut steifen Fliegenrute wird hingegen nicht beschwerdefrei bleiben können. Er verzichtet auf den Komfort der Matratze, sein Körper liegt im Vergleich auf einem harten Brett. Er wird weder bequem liegen noch seine Liegeposition ändern können, ohne dabei „blaue Flecken“ zu bekommen⁵³.

G) Fazit und Schlussbetrachtungen

Die Ergebnisse meiner Untersuchungen beziehen sich auf die Analyse meiner Wurfsequenz und die darin geworfene Schnurmenge (siehe Abschnitt A). Es bleibt offen, ob die Analyse von anderen Würfeln zu ähnlichen Ergebnissen kommt⁵⁴.

Fazit: Aus meinen Untersuchungen geht hervor, dass die Biegung der Fliegenrute über die gesamte Dauer des Wurfs Vorteile bringt, die im Wesentlichen aus dem Zusammenspiel zwischen der Drehimpulserhaltung und der Federenergie kommen und dass die Translationsbewegung dabei helfen kann, diese Effekte besser zu nutzen. Wegen der fehlenden Biegung besitzt die absolut steife Fliegenrute solche Vorteile nicht. Die flexible Fliegenrute überträgt in meiner Wurfsequenz die in den Griff eingegebene Energie in die Spitze deutlich effizienter, als es die absolut steife Fliegenrute kann.

G1) Näherungen

Für sich allein genommen müssen die berechneten Werte beider Fliegenruten aufgrund der von mir getroffenen Randbedingungen (siehe Abschnitt A) mit Vorsicht betrachtet werden. Dadurch, dass ich meine Wurfsequenz in einen vereinfachten geometrischen und dynamischen Zusammenhang gebracht und beiden Fliegenruten keine Masse zugewiesen habe, müssen sich bei genauerer Betrachtung für beide Fliegenruten andere Ergebnisse

⁵² Vergleichbar mit Fliegenruten, die eine „langsamere“ oder „schnellere“ Aktion besitzen.

⁵³ Werfer von starren, nahezu absolut steifen Fliegenruten berichteten davon, dass ihr Wurfarm nach kurzer Dauer zu schmerzen begann. Der Werfer der starren Fliegenrute geht demnach auch gesundheitliche Risiken ein.

⁵⁴ Vieles deutet darauf hin, dass schon geringe Abweichungen vom Biegeverlauf zu dem in meiner Wurfsequenz festgestellten die Effizienz der flexiblen Fliegenrute reduzieren. Setzt der Werfer Druckpunkte oder überpowerert er den Wurf zu sehr, wird die Effizienz der flexiblen Fliegenrute zwangsläufig abnehmen. Die Höhe ihrer Effizienz ist sehr „sensibel“, sie erfordert vom Werfer einen akkuraten Bewegungsablauf. Jeder vom Werfer eingegebene Weg, der nicht der kontinuierlichen Steigerung der Biegung dient, kann nichts zur Steigerung der Effizienz beitragen !

einstellen. Gerade wegen der Annahme masseloser Fliegenruten sind Kräfte bzw. Energien nicht mit berücksichtigt worden, die sich insbesondere durch das Abbremsen der Masse ergeben. Auch diese Annahme ist meinem Anspruch geschuldet, die Untersuchungen und die darin enthaltenen Berechnungen so einfach wie möglich zu halten, um einen größeren Leserkreis erreichen zu können. Dass auch Dr. Schmitt als Physiker diesen Anspruch teilt, geben die Zeilen seines schönen Vorworts wieder.

Gerade weil die angenommene Masselosigkeit beider Fliegenruten meine Feststellungen am meisten beeinflussen kann, habe ich im Anhang 2 ihre Wirkung auf den Wurf rechnerisch abgeschätzt. Das Ergebnis zeigt, dass sich auch bei Berücksichtigung der Masse beider Fliegenruten keine wesentlichen Änderungen zu meinen Feststellungen ergeben.

Die aufgrund der getroffenen Randbedingungen entstandenen Näherungen können meine Feststellungen grundsätzlich nicht in Frage stellen. Alle Abschätzungen deuten eindeutig darauf hin, dass dadurch weder die absolut steife Fliegenrute benachteiligt noch die flexible Fliegenrute bevorzugt wurde.

Schwieriger sind die Näherungen einzuschätzen, die sich dadurch ergeben, dass nur drei Positionen / Stellungen der Fliegenrute untersucht und die Werte dazwischen interpoliert wurden. Dies kann sich insbesondere bei der flexiblen Fliegenrute ungünstig auswirken, weil ihr Verhalten überwiegend nicht mit einem linearen Verlauf abgebildet werden kann. Unbestritten wären meine Untersuchungen genauer gewesen, wenn weitere Positionen / Stellungen ermittelt worden wären. Allerdings hätte dies meine technischen Möglichkeiten und den Rahmen meiner Untersuchungen gesprengt. An dieser Stelle muss ich ein Stück weit annehmen, dass die untersuchten Positionen / Stellungen der Fliegenruten charakteristisch genug sind, um die Realität genau genug abbilden zu können. Dafür spricht, dass die Ergebnisse meiner Untersuchungen insgesamt schlüssig sind⁵⁵.

Selbst wenn sich die berechneten Werte bei genauerer Betrachtung noch etwas zu Ungunsten der flexiblen Fliegenrute verschieben sollten, bleiben ihre gegenüber der absolut steifen Fliegenrute aufgezeigten Vorteile an sich bestehen.

G2) Zusammenfassung

Aus meinen Untersuchungen ergeben sich im Wesentlichen die folgenden Vorteile, die eine flexible Fliegenrute gegenüber einer absolut steifen Fliegenrute besitzt:

- Die horizontale Endgeschwindigkeit der Spitze der flexiblen Fliegenrute ist bei gleichem Aufwand deutlich höher als bei der Spitze der absolut steifen Fliegenrute.
- Der Werfer kann die aufzubringende Kraft bzw. Arbeit bei der flexiblen Fliegenrute zu Beginn des Wurfes langsam aufbauen und zum Ende des Wurfes wieder abbauen (harmonisches Verhalten). Die absolut steife Fliegenrute erfordert

⁵⁵ Aufgrund des flexiblen Verhaltens der Fliegenrute kann nicht die gesamte potentielle Energie in die Fliegenschnur übertragen werden. Es wird von einem Verlust von ca. 1/3 ausgegangen. Dieser Verlust betrifft aber nur den potentiellen Anteil der Energie und nicht den kinetischen ! Da der potentielle Anteil der Energie bei rd. 1/4 des kinetischen Anteils liegt (siehe Abschnitt D1), fällt der Verlust mit rd. 8% ($1/4 * 1/3 = 1/12 = 0,0833 = 8,3\%$) kaum ins Gewicht.

- hingegen zu Beginn des Wurfes einen schlagartigen Einsatz von Kraft bzw. Arbeit, der am Ende des Wurfes wiederum schlagartig abfällt (disharmonisches Verhalten).
- Aufgrund ihres Dämpfungsverhaltens ermöglicht die flexible Fliegenrute dem Werfer ein beschwerdefreies und komfortables Werfen, was die absolut steife Fliegenrute ihrem Werfer nicht bieten kann.
 - Anders als bei der flexiblen Fliegenrute muss der Werfer der absolut steifen Fliegenrute den Arbeitswinkel klein halten oder eine vertikale Ausgleichsbewegung (Hub) in der Rutenhand ausführen, um die Spitze auf einem annähernd geraden Weg führen zu können. Beides schränkt die werferischen Möglichkeiten der absolut steifen Fliegenrute deutlich ein.
 - Die Biegung der flexiblen Fliegenrute erzeugt mit dem Drehimpuls (Konzentrationswirkung kinetischer Energie) und der Federwirkung zwei auf den Wurf günstig wirkende Effekte, welche die absolut steife Fliegenrute nicht besitzt.
 - Über die Dauer des Wurfes muss bei der flexiblen Fliegenrute die maximale Kraft bzw. Arbeit nur über einen sehr kurzen Zeitpunkt aufgewendet werden („peak“).
 - **Die flexible Fliegenrute überträgt die in den Griff eingegebene Energie zur Spitze hin deutlich besser als die absolut steife Fliegenrute - selbst bei Berücksichtigung aller Näherungen.**

Wird nur die flexible Fliegenrute für sich betrachtet, dann treten die vielen Vorteile, welche ihre Biegung dem Werfer ermöglichen, nicht so klar hervor. Erst der Vergleich zwischen einer flexiblen und absolut steifen Fliegenrute zeigt die Vorteile der flexiblen Fliegenrute auf. Unbestritten kann auch eine absolut steife Fliegenrute die Fliegenschnur werfen. Allerdings muss der Werfer dieser Fliegenrute bei gleicher Endgeschwindigkeit der Spitze erheblich mehr Kraft bzw. Arbeit aufwenden und weitere gravierende Nachteile in Kauf nehmen, die sogar gesundheitliche Risiken mit sich bringen (siehe z.B. Abschnitt F4).

Gerade wegen ihres Biegeverhaltens kann die flexible Fliegenrute die Effizienz verglichen mit der einer absolut steifen Fliegenrute bedeutend erhöhen. Wichtig dafür ist, dass das Gewicht der Fliegenschnur und die gewünschte Geschwindigkeit gut auf die Spannkraft bzw. das Rückstellvermögen der Fliegenrute abgestimmt sind.

Je optimaler der Werfer die Biegung der Fliegenrute innerhalb ihres Leistungsvermögens abrufft, desto effizienter überträgt die Fliegenrute die vom Werfer eingegebene Energie in ihre Spitze⁵⁶.

Danksagung und Schlussworte

Mein Dank gilt

- a) im Besonderen dem Physiker Dr. Franz-Josef Schmitt, der mich bei allen Fragestellungen zu den physikalischen Zusammenhängen beraten und unterstützt hat,

⁵⁶ Meine Untersuchungen belegen und vertiefen die Aussagen des Schulfilms „Perfektes Fliegenwerfen“, den H.R. Hebeisen mit mir zusammen 2009 gedreht hat. Im Übrigen hat Herr Dr. Schmitt (siehe Danksagung) noch angemerkt, dass sich durch den häufigen Gebrauch über die Evolution das beste Verfahren durchsetzt – es also gute Gründe gibt, weshalb die flexible Fliegenrute bevorzugt wird.

- b) dem zertifizierten Flycasting Instruktor und Mathematiker Dr. sc. math. Jean-Paul Kauthen, der mir über den gesamten Bearbeitungszeitraum der ersten Version 1.0 wertvolle Hinweise gegeben hat.

Ohne Eure aufwendige Beihilfe hätten meine Untersuchungen nicht mit diesen präzisen Formulierungen erscheinen können.

Du, Franz-Josef, hast mir bei der Analyse aller Anregungen sehr geholfen, die seit der ersten Veröffentlichung im Februar 2014 eingegangen sind. Du hast mir insbesondere die Wirkung des Drehimpulses nähergebracht, der ohne Dein fundiertes Wissen in dieser Form in meinen Untersuchungen nicht hätte dargestellt werden können. Ganz besonderen Dank dafür !

Schließlich danke ich meinen mittlerweile dreijährigen Zwillingstöchtern Greta & Theresa. Weil Ihr beide seit eurem vierten Lebensmonat durchschlaft, konnte ich abends die notwendige Zeit und Konzentration für meine Untersuchungen finden. Ich drücke Euch !

Insgesamt habe ich in unregelmäßigen Abständen über ein Jahr an diesen Untersuchungen gearbeitet, bis ich die Erstfassung Anfang Februar 2014 fertig stellen konnte⁵⁷. Über diesen Bearbeitungszeitraum erlebte ich einige „Aha“- Effekte, die mir die physikalischen Voraussetzungen für einen effizienten, kraftminimierten Fliegenwurf nähergebracht haben. Diese Erkenntnisse werden in meine Arbeit als zertifizierter Flycasting Instruktor mit einfließen !

Mir ist bewusst, dass der Fliegenwurf mit einem komplexeren Modell abgebildet werden muss, wenn er für jede der beiden untersuchten Fliegenruten (flexibel und absolut steif) getrennt betrachtet werden soll. Allerdings sind auch bei genauerer Betrachtung erhebliche Abweichungen der im Vergleich beider Fliegenruten gewonnenen Ergebnisse grundsätzlich nicht zu erwarten. Mein Ziel war es, einen „kleinen“ und gut nachvollziehbaren Einblick in die physikalischen Zusammenhänge zu gewähren, die beim Wurf mit der Fliegenrute wirken.

Es würde mich sehr freuen, wenn meine Untersuchungen dazu beitragen können, die physikalischen Zusammenhänge beim Wurf mit der Fliegenrute besser zu verstehen.

Potsdam-Rehbrücke im Februar / November 2014

Tobias Hinzmann

⁵⁷ Gegenüber der Erstfassung vom Februar 2014 habe ich bei der vorliegenden Revision 2.0 im Wesentlichen Ergänzungen im Abschnitt F vorgenommen und die Anhänge 1 bis 3 neu erstellt. Die Revision 2.0 ist im November 2014 erschienen.

Nicht unerwähnt lassen möchte ich, dass insbesondere die Nutzer „Laverda“ und „Merlin“ aus den Foren von Leidenschaft-Meerforelle.de und Sexyloops.com durch ihre Hinweise bzw. Anregungen dazu beigetragen haben, die Feststellungen meiner Untersuchungen nochmals vertieft zu durchdenken. Ihre Hinweise sind in der vorliegenden Revision 2.0 mit berücksichtigt worden und haben mich insgesamt noch mehr von den Vorzügen der flexiblen Fliegenrute überzeugt.

Anhang 1: Vergleichsrechnung zu Abschnitt F3 (vertikale Ausgleichsbewegung):

Geschwindigkeiten der Spitze der absolut steifen Fliegenrute (siehe Abschnitt C3.2)

Position Rotationswinkel / Stellung Rutengriff	90°	140°
Zurückgelegter Weg der Rutenspitze (absolut steif)	<i>0,77 * L</i>	<i>1,54 * L</i>
Differenzen	40° bis 90°	90° bis 140°
Horizontale Geschwindigkeit vs,h der Rutenspitze	vs,h = (0,77-0,00)L / 0,2666s = 2,888L/s	vs,h = (1,54-0,77)L / 0,0666s = 11,561L/s

Die geometrischen Zusammenhänge können der Skizze XVI entnommen werden.

$$\frac{0,5 * ((0,2666 - 0) + (0,3333 - 0,2666))}{(11,56 - 2,888)} = \frac{0,5 * 0,2666}{v_s(90^\circ) - 2,888}$$

$$\rightarrow v_{s,h}(90^\circ) = \frac{0,5 * 0,2666 * 8,672}{0,1666} + 2,888 = 6,938 + 2,888 = \mathbf{9,826 \text{ L/s}}$$

$$\frac{0,5 * ((0,3333 - 0,2666) + (0,40 - 0,3333))}{(11,56 - 9,826)} = \frac{0,5 * (0,3333 - 0,2666)}{v_{s,h}(140^\circ) - 11,56}$$

$$\rightarrow v_{s,h}(140^\circ) = \frac{0,5 * 0,0666 * 1,734}{0,0333} + 11,56 = 1,734 + 11,56 = \mathbf{13,294 \text{ L/s}} = v_{s,h}(\text{end})$$

Beschleunigungen der Spitze der absolut steifen Fliegenrute (siehe Abschnitt C4)

$$a_{s1} = a(40^\circ-90^\circ) = \frac{2,888 - 0}{0,5 * (0,2666 - 0)} \frac{L}{s^2} = \frac{2,888}{0,1333} = \mathbf{21,66 \frac{L}{s^2}}$$

$$a_{s2} = a(90^\circ) = \frac{11,56 - 2,888}{0,5 * ((0,2666 + 0,3333) - 0,2666)} \frac{L}{s^2} = \frac{8,67}{0,1666} = \mathbf{52,05 \frac{L}{s^2}}$$

$$a_{s3} = a(90^\circ-140^\circ) = \frac{13,294 - 9,826}{0,3333 - 0,2666} \frac{L}{s^2} = \frac{3,468}{0,0666} = \mathbf{52,07 \frac{L}{s^2}}$$

Auf die Spitze der absolut steifen Fliegenrute wirkenden Kräfte (siehe Abschnitt D2)

Die Masse m der Fliegenschnur wird gleichzeitig sowohl durch die Rotation, als auch durch die vertikale Ausgleichsbewegung (Hub) beschleunigt. Der Anteil, den die Bewegungen für die Beschleunigung der Masse m leisten, variiert mit dem Rotationswinkel β. Beide Anteile lassen sich über die geometrischen Beziehungen der Skizze VI im Abschnitt B4.2 ermitteln. Es gilt:

$$m(\text{rotation}) = m * \sin(\beta); m(\text{vertikal}) = m * \cos(\beta)$$

Damit können die Kräfte ermittelt werden, welche durch die Beschleunigung der Masse m aus Rotation (Fs) und aus vertikaler Ausgleichsbewegung (Fv) entstehen.

$$F_{s0} \approx m \cdot \sin(40) \cdot a_{s1} = 13,922 \frac{m \cdot L}{s^2} = F_{s(>40^\circ)} \text{ (siehe 10. Feststellung)}$$

$$F_{s1} = m \cdot \sin(65) \cdot a_{s1} = 19,630 \frac{m \cdot L}{s^2} = F_{s(40^\circ-90^\circ)}$$

$$F_{s2} = m \cdot \sin(90) \cdot a_{s2} = 52,05 \frac{m \cdot L}{s^2} = F_{s(90^\circ)}$$

$$F_{s3} = m \cdot \sin(115) \cdot a_{s3} = 47,191 \frac{m \cdot L}{s^2} = F_{s(90^\circ-140^\circ)};$$

$$F_{s4} = m \cdot \sin(140) \cdot a_{s3} = 33,469 \frac{m \cdot L}{s^2} = F_{s(140^\circ)}$$

Kräfte (Momente) am Griff der Fliegenruten (siehe Abschnitt D3)

$$M_{s0(>40^\circ)} \approx 13,922 \cdot 0,64 L = 8,91 \frac{m \cdot L^2}{s^2}$$

$$M_{s1(40^\circ-90^\circ)} = 19,630 \cdot \frac{1}{2} (0,64 + 1,0) L = 16,097 \frac{m \cdot L^2}{s^2}$$

$$M_{s2(90^\circ)} = 52,05 \cdot 1,0 L = 52,05 \frac{m \cdot L^2}{s^2}$$

$$M_{s3(90^\circ-140^\circ)} = 47,191 \cdot \frac{1}{2} (1,0 + 0,64) L = 38,696 \frac{m \cdot L^2}{s^2}$$

$$M_{s4(140^\circ)} \approx 33,469 \cdot 0,64 L = 21,417 \frac{m \cdot L^2}{s^2}$$

Arbeit bzw. Energie aus Rotation (siehe Abschnitt E2)

$$\begin{aligned} \sum M_s(t) &= \frac{1}{2} (M_{s0} + M_{s1}) \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,2666s + \frac{1}{2} (M_{s1} + M_{s2}) \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,2666s \\ &+ \frac{1}{2} (M_{s2} + M_{s3}) \cdot \frac{1}{2} \cdot (0,3333s - 0,2666s) + \frac{1}{2} (M_{s3} + M_{s4}) \cdot \frac{1}{2} \cdot (0,3333s - 0,2666s) \\ &= \frac{1}{2} \cdot 25,007 \cdot 0,1333s + \frac{1}{2} \cdot 68,147 \cdot 0,1333s + \frac{1}{2} \cdot 90,746 \cdot 0,0333s \\ &+ \frac{1}{2} \cdot 60,113 \cdot 0,0333s = 1,671 + 4,542 + 1,511 + 1,001 = 8,725 \frac{m \cdot L^2}{s^2} \cdot s \end{aligned}$$

$$A_s(t) = \sum M_s(t) \cdot \alpha(\text{rad}) = 8,725 \cdot 1,75 = 15,268 \frac{m \cdot L^2}{s^2} \cdot s$$

$$A_s = A_s(t) / t = 15,268 \frac{m \cdot L^2}{s^2} \cdot s / 0,3333s = 45,808 \frac{m \cdot L^2}{s^2} \text{ (As nur aus Rotation !)}$$

Arbeit bzw. Energie der vertikalen Ausgleichsbewegung (siehe Skizze XVI)

Im Folgenden wird nur die Arbeit / Energie aus der **aufwärtsgerichteten** Bewegung betrachtet, die innerhalb der 90° bis 140° Position verrichtet wird. Die Arbeit / Energie aus der **abwärtsgerichteten**, vertikalen Bewegung innerhalb der 40° bis 90° Position wird vernachlässigt, weil sie im Vergleich zur aufwärtsgerichteten Arbeit / Energie weniger ins Gewicht fällt (die abwärtsgerichtete Bewegung erfolgt bei

deutlich geringer Beschleunigung innerhalb einer zusätzlich größeren Zeitspanne). Aufgrund dieser Vernachlässigung wird ein Teil der tatsächlich vom Werfer aufzubringenden Arbeit / Energie nicht mit berücksichtigt, weshalb diese Berechnung auf der sicheren Seite liegt.

Die vertikale Geschwindigkeit des Griffs (Hubgeschwindigkeit) $v_{s,v}$ und die horizontale Geschwindigkeit der Spitze $v_{s,h}$ hängen wie folgt zusammen: $v_{s,v} = v_{s,h} \cdot \cos(\beta)$

$$v_{s,v}(90^\circ) = v_{s,h}(90^\circ) \cdot \cos(90) = 0,00 \frac{L}{s};$$

$$v_{s,v}(140^\circ) = v_{s,h}(140^\circ) \cdot \cos(140) = 0,766 \cdot 13,294 = 10,183 \frac{L}{s}$$

Vertikale Beschleunigung a_{v} des Rutengriffs: $a_{v} = \Delta v_{s,v} / \Delta t$

$$a_{v}(140^\circ) = (10,183 - 0,00) \frac{L}{s} / (0,3333 - 0,2666)s = 152,89 \frac{L}{s^2}$$

Der Anteil der Masse m , der durch die Winkelbeziehung beschleunigt wird, errechnet sich analog zu Skizze VI, Abschnitt B4.2 zu $m(\text{vertikal}) = m \cdot \cos(\beta)$.

Da sich die horizontale Beschleunigung der Rutenspitze innerhalb der 90° bis 140° Position nicht wesentlich ändert (also gut als konstant angenommen werden kann – vergleiche die Darstellung der Beschleunigungen in Skizze IX), wird sich aufgrund der Winkelbeziehung auch für die vertikale Beschleunigung des Rutengriffs nicht wesentlich ändern können. Aus $a_{v} \sim \text{konstant}$ ergibt sich:

$$a_{v}(> 90^\circ) \sim a_{v}(90^\circ - 140^\circ) \sim a_{v}(140^\circ) \sim 152,89 \frac{L}{s^2}$$

$$F_{v}(90^\circ) = m \cdot \cos(90) \cdot 152,89 \frac{L}{s^2} = 0,00 \frac{m \cdot L}{s^2}$$

$$F_{v}(90^\circ - 140^\circ) = m \cdot \cos(115) \cdot 152,89 \frac{L}{s^2} = 64,614 \frac{m \cdot L}{s^2}$$

$$F_{v}(140^\circ) = m \cdot \cos(140) \cdot 152,89 \frac{L}{s^2} = 117,120 \frac{m \cdot L}{s^2}$$

Vertikale Arbeit (Energie) $A_{s,v}$, die vom Werfer der absolut steifen Fliegenrute zusätzlich aufgewendet werden muss, errechnet sich über den Arbeitssatz $A_{s,v} = \text{„Kraft} \cdot \text{Weg“}$, wobei der Weg der vertikalen Ausgleichsbewegung (Hub) entspricht:

$$A_{s,v} = F_{v}(90^\circ - 140^\circ) \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,36 L + F_{v}(140^\circ) \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,36 L$$

$$= 64,614 \frac{m \cdot L}{s^2} \cdot 0,18L + 117,89 \frac{m \cdot L}{s^2} \cdot 0,18L = 32,850 \frac{m \cdot L^2}{s^2}$$

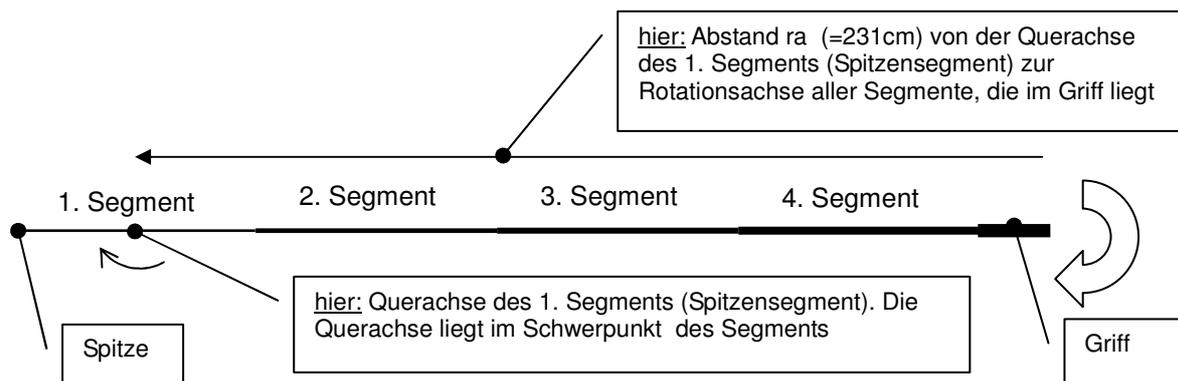
$$A_{s,\text{gesamt}} = A_s + A_{s,v} = 45,808 + 32,850 = 78,658 \frac{m \cdot L^2}{s^2}$$

Effizienz der absolut steifen Fliegenrute, wenn ihre Spitze auf einer Geraden geführt wird:

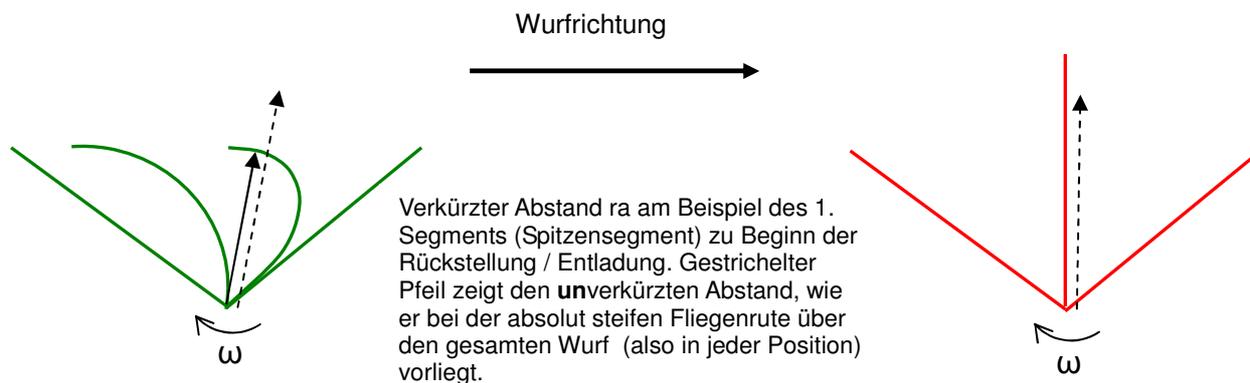
$$\eta_s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 13,294^2 / A_{s,\text{gesamt}} = 88,36 / 78,658 = 1,12 \sim 1,0$$

Anhang 2: Betrachtungen zum Einfluss der Masse beider Fliegenruten

Für beide Fliegenruten wird die selbe Masse und dieselbe Verteilung über die Länge angenommen. Die Geometrie entspricht der einer vierteiligen SAGE 586 RPL+, wie ich sie in meiner Wurfsequenz verwendet habe. Die 4 Segmente (Teile) dieser Rute wurden vermessen und liegen meinen Berechnungen zugrunde. Zur Berechnung der Trägheitsmomente wird jedes Segment als schlanker Stab betrachtet. Der Durchmesser für jedes Segment wurde in der Mitte des Segments gemessen. Die so vermessene Fliegenrute sieht wie in der folgenden Skizze aus:



die nachfolgenden Skizzen geben die Form der Masse beider Fliegenrute während des Wurfes wieder.



Beide Fliegenrute unterscheiden sich wesentlich in den folgenden Eigenschaften:

- Aufgrund der Verkürzung der Projektion der flexiblen Fliegenrute ändert sich ihr Trägheitsmoment über den Wurf. Bis zum Beginn der Rückstellung / Entladung nimmt es deutlich ab, über den Weg der Rückstellung / Entladung nimmt es wieder zu. Weil der Werfer über den Weg der Rückstellung / Entladung keine Arbeit mehr leistet (vergleiche Abschnitt E2 sowie 12. Feststellung), bewirkt diese Zunahme jedoch keine Erhöhung seines Aufwands. Das Trägheitsmoment der absolut steifen Fliegenrute bleibt über den Wurf hingegen unverändert, also konstant.
- Aufgrund der Biegung verteilt die flexible Fliegenrute die in den Griff eingegebene Winkelgeschwindigkeit nicht gleichmäßig über ihre Länge. Zu Beginn der Rückstellung / Entladung besitzt dann der obere Teil eine überproportional höhere Geschwindigkeit als der untere Teil. Da der Werfer den Rotationswinkel im Griff nicht mehr ändert, leistet er ab diesem Zeitpunkt auch keine Arbeit / Energie mehr (vergleiche auch hier Abschnitt E2 sowie 12. Feststellung). Deshalb darf diese Geschwindigkeit der Masse nicht mehr der Winkelgeschwindigkeit zugerechnet werden. Die flexible Fliegenrute überträgt aus diesem Grunde die meiste Energie zum Ende des Wurfs hin. Die absolute steife Fliegenrute verteilt hingegen die eingegebene Winkelbeschleunigung gleichmäßig über ihre Länge. Dadurch kann sie die Energieübertragung zum Ende des Wurfs hin nicht steigern.

Berechnung der Trägheitsmomente (Betrachtung zu a)

Durch die Biegung verkürzt sich die vertikale Projektion der Fliegenrute um rd. 1/3 ihrer Länge (siehe 2. Feststellung). Innerhalb der 40° und 90° Position verkürzt sie sich um rd. $0,36 * 2,65m = 95cm$. Die Querachse eines Segments dieser Länge liegt bei $95cm / 2 = 47,5cm$. Innerhalb der 40° und 90° Position ist die Verkürzung geringer, weshalb die 47,5cm nicht über den gesamten Wurf angesetzt werden dürfen. Die der Berechnung zugrunde liegende, mittlere Verkürzung von 33cm bezogen auf die Querachse des Spitzensegments (halbe Segmentlänge $\frac{1}{2} * 66cm = 33cm < 47,5cm$) berücksichtigt dies und ist nicht zu hoch angesetzt. Für alle weiteren Segmente entspricht eine linear abnehmende Verkürzung des Abstandes ra gut den bei meinem Wurf gemessenen Daten (Faktor 3/3 für 1. Segment, 2/3 für 2. Segment, 1/3 für 3. Segment). Das Griffsegment erhält keine Verkürzung, so dass diese Betrachtung insgesamt keinen Effekt überbewertet (und deshalb auf der „sicheren Seite“ liegt). Die Masse m der Fliegenruten wird jedem Segment entsprechend seiner Querschnittsflächen A zugeteilt.

Die Werte der Vermessung sind in der nachstehenden Tabelle zusammengefasst:

Segment der Fliegenrute	Spitzensegment = 1. Segment	2. Segment	3. Segment	Griffsegment = 4. Segment
Länge pro Segment	66cm	66cm	66cm	66cm
Durchmesser pro Segment (in der Mitte gemessen)	0,2cm	0,45cm	0,6cm	0,9cm
Querschnittsfläche $A = \frac{1}{4} \pi d^2$	0,031415cm ²	0,1590cm ²	0,2827cm ²	0,6361cm ²
Trägheitsmoment Jseg für jedes um seine Querachse rotierendes Segment i	$J_{seg,i} = 1/12 * m * l^3$; m = Masse des Segments, l = Länge des Segments			
Abstand ra zwischen Mittelpunkt (=Schwerpunkt) des Segments und Rotationsachse im Griff				
Absolut steife Fliegenrute	$3*66cm + \frac{1}{2}*66cm = 231cm$	$2*66cm + \frac{1}{2}*66cm = 165cm$	$1*66cm + \frac{1}{2}*66cm = 99cm$	$\frac{1}{2}*66cm = 33cm$
Flexible Fliegenrute (40-140 „mittlere“ Verkürzung)	$3*66cm + \frac{3}{3}*33cm = 198cm$	$2*66cm + \frac{2}{3}*33cm = 143cm$	$1*66cm + \frac{1}{3}*33cm = 88cm$	$\frac{1}{2}*66cm = 33cm$
Trägheitsmoment J für jedes um den Rutengriff rotierende Segment i	$J_{,i} = J_{seg,i} + m_i * ra_{,i}^2$; m = Masse des Segments, ra = Abstand Querachse zum Rotationspunkt aller Segmente, der im Rutengriff liegt ($m * ra^2$ entspricht dem Steiner- Anteil, siehe „Satz von Steiner“)			
Absolut steife Fliegenrute	$(\frac{1}{12}*m*66^2cm^2 + m*231^2cm^2) * 0,031415 = 1687 m*cm^2$	$(\frac{1}{12}*m*66^2cm^2 + m*165^2cm^2) * 0,1590 = 4386 m*cm^2$	$(\frac{1}{12}*m*66^2cm^2 + m*99^2cm^2) * 0,2827 = 2873 m*cm^2$	$(\frac{1}{12}*m*66^2cm^2 + m*33^2cm^2) * 0,6361 = 923 m*cm^2$
Flexible Fliegenrute	$(\frac{1}{12}*m*66^2cm^2 + m*198^2cm^2) * 0,031415 = 1243 m*cm^2$	$(\frac{1}{12}*m*66^2cm^2 + m*143^2cm^2) * 0,1590 = 3309 m*cm^2$	$(\frac{1}{12}*m*66^2cm^2 + m*88^2cm^2) * 0,2827 = 2292 m*cm^2$	$(\frac{1}{12}*m*66^2cm^2 + m*33^2cm^2) * 0,6361 = 923 m*cm^2$

Das Trägheitsmoment für das Gesamtsystem beträgt: $J = \sum_i J_i$

$J_s(\text{absolut steife Fliegenrute}) = m \cdot 9.869 \text{ cm}^2$; $J_f(\text{flexible Fliegenrute}) = m \cdot 7.767 \text{ cm}^2$

$$\Delta J = J_f / J_s = m \cdot 7.767 \text{ cm}^2 / m \cdot 9.869 \text{ cm}^2 = 0,78$$

Unterschied zwischen Winkel- und Massegeschwindigkeit (Betrachtung zu b)

Dieser zuvor beschriebene Effekt variiert mit der Masseverteilung der Fliegenrute und nimmt ab, je mehr Masse sich im Griff befindet. Mit zunehmender Masse im Griff verlagert sich auch der Schwerpunkt des gesamten Systems zum Griff hin und der Einfluss der nachlaufenden Masse des oberen Abschnitts der Fliegenrute nimmt ab. Ohne die Masse einer Fliegenrolle wäre eine um ca. 10% langsamere Winkelgeschwindigkeit ω eine gute Abschätzung. Mit der Masse einer Fliegenrolle reduziert sich dieser Effekt deutlich und eine rd. 2 % langsamere Winkelgeschwindigkeit wäre keinesfalls zu hoch gegriffen. Zur sicheren Seite hin wird diese deutlich kleinere Reduzierung der Winkelgeschwindigkeit für die weitere Betrachtung zugrunde gelegt. Durch die Reduzierung der Winkelgeschwindigkeit ergibt sich mit $\omega = \varphi / t$

$$\omega_s(\text{absolut steife Fliegenrute}) = 100/t; \omega_s^2 = 10.000/t^2; \omega_f(\text{flexible Fliegenrute}) = 98/t; \omega_f^2 = 9.604/t^2$$

$$\Delta \omega = \omega_f^2 / \omega_s^2 = 0,96$$

Abbremsen beider Fliegenruten (Bremsenergie)

Die Masse beider Fliegenruten muss am Ende des Wurfes abgebremst werden. Die dafür erforderliche Bremsenergie kann über den physikalischen Grundsatz der Energieerhaltung berechnet werden. Bei Berücksichtigung der Masse der Fliegenrute besteht über den gesamten Wurf die folgende Energiegleichung:

$$0 = \text{Eschnur (Beschleunigung der Schnur)} + \text{Arot (Beschleunigung der Fliegenrute)} + \text{Abbremsen (Abbremsen der Fliegenrute)}$$

$$\rightarrow \text{Abbremsen} = - \text{Arot} - \text{Eschnur}$$

Die Energie aus der Masse der Schnur Eschnur kann vernachlässigt werden, da sie bei der Betrachtung der Bremsenergie nur wenig ins Gewicht fällt. Während sie sich ausrollt bzw. streckt erzeugt der bereits ausgerollte Teil der Schnur (Unterschnur) eine kleine Zugkraft auf die Rutenspitze. Da diese Zugkraft aus Eschnur bezogen auf Arot klein ist, kann diese Zugkraft entfallen. Eschnur ~ 0 . Es verbleibt:

$$\text{Abbremsen} \approx - \text{Arot.}$$

An dieser Stelle sollte darauf hingewiesen werden, dass bei der Berücksichtigung der Masse beider Fliegenruten auch der Aufwand mit einbezogen werden muss, der für das Abbremsen der Fliegenrute erforderlich ist. Auch wenn diese Energie ein negatives Vorzeichen besitzt, muss der Werfer diese aufbringen. Bei der absolut steifen Fliegenrute muss der Werfer die gesamte Energie über einen sehr kurzen Zeitraum aufbringen. Bei der flexiblen Fliegenrute ist das nicht der Fall. Darüber hinaus erfährt die flexible Fliegenrute über den Weg der Rückstellung eine Umverteilung der Masse, wodurch sich ihre Geschwindigkeit selbstständig verlangsamt („Selbstentschleunigung“). Auch dies muss berücksichtigt werden, was zu weiteren Vorteilen der flexiblen Fliegenrute führt.

Aufwand für die Beschleunigung und das Abbremsen der Masse beider Fliegenruten

Die Rotationsenergie Arot, welche vom Werfer zur Beschleunigung der Masse der Fliegenruten aufgewendet werden muss, berechnet sich wie folgt:

$$\text{Arot} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2.$$

Im Vergleich:

$$\Delta Arot = Arot \text{ (flexible Fliegenrute)} / Arot \text{ (absolut steife Fliegenrute)} = \Delta J * \Delta \omega$$

Für die Beschleunigung und das Abbremsen ihrer Masse benötigt die flexible Fliegenrute bezogen auf die absolut steife Fliegenrute folgende Energie:

$$\Delta Arot \text{ (Beschleunigung)} = 0,78 * 0,96 = \mathbf{0,75}$$

$$\Delta Arot \text{ (Abbremsen)} = \mathbf{0,78}$$

Das bedeutet, dass sowohl die Beschleunigung als auch das Abbremsen der flexiblen Fliegenrute Vorteile mit sich bringt. Vereinfacht betrachtet können beide Werte miteinander multipliziert werden, um einen Wert für den gesamten Wurf zu erhalten, der die Vorteile der flexiblen Fliegenrute gegenüber der absolut steifen unter Berücksichtigung ihrer Massen ausdrückt. Zusammenfassen ist das:

$$\Delta Arot = 0,75 * 0,78 = \mathbf{0,58}$$

Mit anderen Worten: der Aufwand für das Beschleunigen und Abbremsen liegt bei der absolut steifen Fliegenrute um den Faktor $1 / 0,58 = 1,71$ höher verglichen mit dem Aufwand der flexiblen Fliegenrute, wenn ausschließlich ihre Massen betrachtet werden.

Auswirkungen der Masse beider Fliegenruten auf meine Berechnungen

Das Masseverhältnis zwischen der geworfenen Schnur und der Fliegenrute beträgt in etwa 1:8 (siehe Fußnote 30). Für das im Abschnitt E4 berechnete Verhältnis der Effizienzen von 2,17 hat dieses Masseverhältnis folgenden Einfluss:

$$(1 * 2,17 + 8 * 1,71) / 9 = \mathbf{1,76} = \eta_f / \eta_s \text{ (mit Berücksichtigung der Masse beider Fliegenruten)}$$

Diese überschlägliche Betrachtung zum Einfluss der Masse zeigt, dass die im Vergleich beider Fliegenruten zueinander entstandenen Ergebnisse aufgrund der Annahme masseloser Fliegenruten nicht in Frage gestellt werden können. Es zeigt sich, dass die berechnete Effizienz bei Berücksichtigung der Masse beider Fliegenruten zwar etwas abnehmen kann (2,17 → 1,76), jedoch keinesfalls die deutlichen Vorteile der flexiblen Fliegenrute in Frage zu stellen sind. Die Effizienz der flexiblen Fliegenrute liegt immer – wenn sie optimal gebogen wird – sehr deutlich über der Effizienz der absolut steifen Fliegenrute ! Diese überschlägliche Betrachtung liegt auch deshalb auf der sicheren Seite, weil die absolut steife (wie auch die nahezu steife) Fliegenrute in der Praxis erheblich mehr Masse im oberen Teil zu ihrer Spitze hin benötigt, um die Steifigkeit herstellen zu können. Dies muss sich über die Zunahme des Trägheitsmoments nochmals deutlich negativ auf ihre Effizienz auswirken. Insgesamt betrachtet liegt der von mir berechnete Effizienzunterschied von ~ 2,0 im Bereich des Möglichen !

Bei der absolut steifen Fliegenrute kann die Masse der Fliegenrute nichts zur Beschleunigung ihrer Spitze beitragen, weil insbesondere ihr Trägheitsmoment nicht abnehmen kann. Dies ist bei der flexiblen Fliegenrute anders ! Durch die Biegung kann die Masse der flexiblen Fliegenrute mit Hilfe des Drehimpulseffektes (siehe Abschnitt F1) kinetische Energie in die Spitze verlagern. Aufgrund des Zusammenspiels zwischen der Biegung und der zur Spitze hin abnehmenden Masse konzentriert / bündelt bzw. „pumpt“ die flexible Fliegenrute quasi die eingegebene kinetische Energie in ihre Spitze. Dadurch wird die Geschwindigkeit ihrer Spitze deutlich gesteigert, wie es die experimentellen Daten meiner Wurfsequenz eindeutig aufzeigen. Darüber hinaus nimmt die flexible Fliegenrute potentielle Spannkraft auf, die sich zusätzlich zur Beschleunigung über den Weg der Rückstellung entlädt. Die absolut steife Fliegenrute besitzt diese intrinsischen Freiheitsgrade nicht, weshalb sie die in den Griff eingegebene kinetische Energie direkt an ihre Spitze nur „eins zu eins“ übertragen kann.

Über die Beziehung $v = r \cdot \omega$ wird auch klar, dass sich die Geschwindigkeit v der Rutenspitze proportional zur Winkelgeschwindigkeit ω verhält: $v \sim \omega$. Daraus folgt, dass eine Änderung der Geschwindigkeit v der Rutenspitze immer auch eine entsprechende Änderung der Winkelgeschwindigkeit im Griff mit sich bringt. Baut also die starre Fliegenrute die Geschwindigkeit v innerhalb eines kleineren Rotationswinkels ϕ auf, so muss die Winkelgeschwindigkeit ω trotzdem (in etwa) den selben Wert besitzen, als wenn eine identische Geschwindigkeit v über einen anderen Rotationswinkel ϕ aufgebaut worden wäre. Da die Rotationsenergie A_{rot} im Wesentlichen von der Winkelgeschwindigkeit ω abhängt (da sie zum Quadrat einfließt, siehe Formel oben), wird die starre Fliegenrute auch für den Fall eines kleineren Rotationswinkels keine höhere Effizienz erreichen können.

Während die flexible Fliegenrute mit der Gegenbiegung ihre Masse „abfedern“ (abdämpfen) kann, muss die absolut steife Fliegenrute ihre Masse über einen kurzen Weg schlagartig abfangen. Aus dem Arbeitssatz „Kraft = Arbeit / Weg (bzw. Winkel)“ geht hervor, dass die aufzuwendende Kraft für das Abbremsen umso größer wird, desto kleiner der Weg des Abbremsens ist. So erklärt sich der „schmerzende Unterarm“, von dem Werfer von nahezu absolut steifen Fliegenruten berichten.

Anhang 3: Erläuterungen zur Drehimpulserhaltung von Dr. Franz- Josef Schmitt

Durch die Verlagerung des Abstands einer rotierenden Masse zum Drehpunkt kommt es aufgrund der Erhaltung des bei diesem Prozess im System befindlichen Drehimpulses zu einer Veränderung der Geschwindigkeit. Ob dabei insgesamt über die Dauer der Drehpunktverlagerung weiterer Drehimpuls durch äußere Kräfte in das System eingetragen wird, ist für den grundsätzlichen Effekt unerheblich. Zum Zeitpunkt „x“ ist der Drehimpuls L im System der Fliegenrute enthalten. Wird zu einem späteren Zeitpunkt „x+n“ ein Drehimpuls zugeführt, muss schon allein der bereits im System enthaltene Drehimpuls der Energieerhaltung genügen, so dass der neu hinzukommende Drehimpuls im Zweifelsfall die Dynamik noch vergrößern wird.

Bekannt ist beispielsweise die Beschleunigung einer sich drehenden Person auf dem Eis, wenn bei einer Pirouette die Arme an den Körper herangezogen werden. Dadurch verringert sich der Abstand der rotierenden Masse zum Drehpunkt. Da der momentan im System befindliche Drehimpuls dabei erhalten bleibt, muss sich zum Ausgleich die Geschwindigkeit der rotierenden Masse erhöhen. Dies wird auch beobachtet.

Gleiches kann beobachtet werden, wenn eine Münze in einer runden, zu ihrer Mitte hin konisch zulaufenden Schale rotiert. Je weiter die Münze in die Mitte der Schale kommt, desto schneller rotiert sie (vgl. „Talerschwingen“).

Der Effekt wird mathematisch ersichtlich durch die Definition des Drehimpulses \vec{L} als das Kreuzprodukt aus dem Abstandsvektor zum Drehpunkt \vec{r} und dem Impulsvektor \vec{p} : $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

Dabei kann das Kreuzprodukt auch als Produkt der Beträge von Abstand und Impuls multipliziert mit dem Sinus des Zwischenwinkels zwischen Abstandsvektor und Impulsrichtung geschrieben werden:

$$|\vec{L}| = |\vec{r}| |\vec{p}| \sin \alpha$$

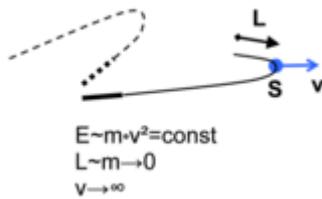
Der Drehimpuls wird folglich durch die Komponente einer Bewegung bedingt, die senkrecht zur Verbindungslinie zu einem etwaigen vorhandenen Drehpunkt verläuft. Verringert sich nun der Abstand zu einem Drehpunkt, so muss sich entsprechend der Impuls und damit die Geschwindigkeit des betroffenen Massenelements erhöhen, damit der momentan vorhandene Drehimpuls als Ganzes erhalten bleibt.

Besonders deutlich ist dieser Effekt beim Knallen der Peitsche. Er kann ohne Beschränkung der getroffenen Aussagen sowohl auf die Energieerhaltung, als auch auf die Drehimpulserhaltung zurückgeführt werden und kann unter Berücksichtigung von Drehimpuls- und Rotationsenergieerhaltung als Effekt auch quantitativ berechnet werden.

Zur Darstellung sei aus Wikipedia zitiert:

„Das Ende einer Peitsche kann, bei korrektem Schlag, auf Überschallgeschwindigkeit beschleunigt werden, was den ‚Peitschenknall‘ hervorruft. Der Knall resultiert aus der Bildung einer Schlaufe, welche sich mit steigender Geschwindigkeit auf das Peitschenende zubewegt und dabei, beim Öffnen am Ende der Schnur, die Schallgeschwindigkeit überschreitet. Die Schnur erreicht im Scheitelpunkt der Schlaufe etwa doppelte Schallgeschwindigkeit und eine Endbeschleunigung in der Größenordnung der 50.000-fachen Erdbeschleunigung. Die theoretische Begründung für dieses Phänomen gelang dem Physiker István Szabó, der in seinen Vorlesungen über die Technische Mechanik zunächst eine solche Peitsche knallen ließ und anschließend die zur Erklärung notwendigen Gleichungen an die Tafel schrieb.

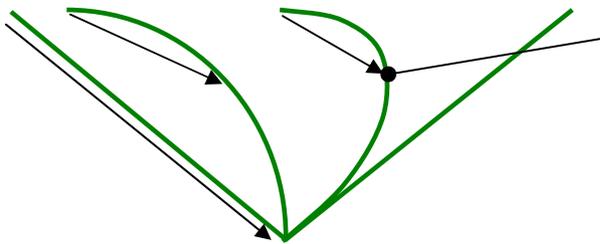
Physikalische Zusammenhänge



Am unteren Punkt der Bewegungskurve wird die Schlagbewegung plötzlich gestoppt. Die Peitschenschnur vom Griffende bis zum Umlenkungspunkt der Schlaufe **S** ist gestreckt und weitgehend in Ruhe. Die Peitschenschnur strebt wegen der Fliehkräfte zur vollständigen Streckung. Aus diesem Grund bewegt sich die Schlaufe **S** axial vom Griff fort, und die Restschnur **L**, oberhalb der Schlaufe **S**, wird immer kleiner. Die Masse m dieser Restschnur ist proportional zu ihrer Länge L ; daher geht auch die Masse der

Restschnur gegen Null. Da die kinetische Energie $E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ konstant ist, strebt – wegen des Energieerhaltungssatzes – die Geschwindigkeit v gegen unendlich. In der Praxis ist die Maximalgeschwindigkeit der Schlaufe **S** bzw. des Schnurendes durch innere und äußere Reibungsverluste begrenzt⁵⁸.

Die Ähnlichkeit des Biegeverhaltens der Fliegenrute bei Tobias' Wurf bedingt einen endlichen Beitrag dieses Effekts zur Kinematik der Rutenspitze.



Im Unterschied zur Peitsche verlagert sich die Schlaufe „S“ nicht vollständig in die Spitze der Fliegenrute (siehe vorstehende Skizze aus Wikipedia), weshalb ihre Geschwindigkeit v nicht „gegen unendlich“ strebt, sondern um einen endlichen Wert zunimmt. Die für die Energieübertragung positive Eigenschaft der Peitsche kann von der flexiblen Fliegenrute anteilig genutzt werden, was der absolut steifen Fliegenrute nicht möglich ist

Da sich im Gegensatz zur Peitsche der Drehpunkt dabei nicht vollständig in die Spitze verlagern kann (siehe vorstehende Skizze), wird lediglich eine Erhöhung der Geschwindigkeit indirekt proportional zur Verkürzung des Radius zum momentanen Rotationspunkt erreicht, jedoch keine „gegen unendlich strebende“ Geschwindigkeit. Allerdings kann der Effekt verstärkt werden, indem sich die Massenverteilung – so wie bei der Fliegenrute – asymmetrisch in Richtung der Spitze reduziert und somit die zu erhaltende kinetische Energie bzw. der Drehimpuls von einer überproportional geringeren Masse aufgebracht werden muss als dies durch die reine Verkürzung des Drehradius der Fall wäre.

⁵⁸ http://de.wikipedia.org/wiki/Peitsche#Kinematik_des_Peitschenschlages

Zusammenfassung der Feststellungen

Seite 5:

1. Feststellung: Die Biegung der Fliegenrute hilft, dass die Spitze über ihren Weg annähernd eine Gerade fahren kann.

Seite 6:

2. Feststellung: Durch die Biegung verkürzt sich die Projektion der Fliegenrute auf die vertikale 90° Position um rd. $\frac{1}{3}$ ($0,36 \cdot L$).

Seite 10:

3. Feststellung: Die Spitze der flexiblen Fliegenrute zeigt über einen großen Teil ihres Weges in die Richtung der gestreckten Fliegenschnur; sie beschleunigt diese in horizontaler Richtung. Die Spitze der absolut steifen Fliegenrute zeigt zu keinem Zeitpunkt in die Richtung der gestreckten Fliegenschnur; sie beschleunigt diese tangential auf einem Kreissegment.

Seite 11:

4. Feststellung: Bei einem Rotationswinkel α von 100° reduziert sich bei der absolut steifen Fliegenrute in der Endstellung der horizontale Anteil der Geschwindigkeit der Spitze um den Faktor 0,643. Je größer der Rotationswinkel α wird, desto kleiner wird dieser Faktor und damit auch der horizontale Anteil, den die absolut steife Fliegenrute aufbringen kann.

Seite 14:

5. Feststellung: Der Stopp bzw. die Rückstellung / Entladung der flexiblen Fliegenrute beginnt, wenn ihre Spitze in etwa die Hälfte (~50%) ihres Weges (aus Rotation) zurückgelegt hat. Die Rutenhand hat dann gerade die Endstellung 140° erreicht.

Seite 16:

6. Feststellung: Die Spitzen beider Fliegenruten brauchen unterschiedlich lange, um ihre horizontale Endgeschwindigkeit zu erreichen. Bei gleicher Winkelgeschwindigkeit dauert der Wurf der flexiblen Fliegenrute rd. 0,0666 Sekunden (um die Dauer der Rückstellung / Entladung) länger als der Wurf mit der absolut steifen Fliegenrute.

Seite 20:

7. Feststellung: Die Spitze der flexiblen Fliegenrute besitzt eine um ca. 33 % höhere horizontale Endgeschwindigkeit als die Spitze der absolut steifen Fliegenrute. Hingegen bewegt sich die Geschwindigkeit der Spitze der flexiblen Fliegenrute zu Beginn des Wurfes nur um 15% der Geschwindigkeit, welche die Spitze der absolut steifen Fliegenrute zu diesem Zeitpunkt bereits besitzt (Anfangsgeschwindigkeit)

Seite 20:

8. Feststellung: Zu Beginn des Wurfes besitzt die Spitze der flexiblen Fliegenrute ca. 5% (0,051) und die der absolut steife Fliegenrute ca. 39% (0,388) der Geschwindigkeit, welche sie zum Ende des Wurfes hin erreichen. Zu Beginn des Stopps bzw. der Rückstellung / Entladung besitzt die Spitze der flexiblen Fliegenrute mehr als 80% (0,84) ihrer Endgeschwindigkeit

Seite 23:

9. Feststellung: Die Auslenkung ist ein Maß für die Biegung der Fliegenrute. Sie nimmt über die 90° Position hinaus zu. Jeder in die Rotationsbewegung eingegebene Weg (Änderung des Rotationswinkels) führt zu einer Steigerung der Biegung der Fliegenrute.

Seite 26:

10. Feststellung: Bei der flexiblen Fliegenrute führt die anfängliche Rotationsbewegung zu einer zunehmenden Biegung, wodurch die potentielle Spannkraft ansteigt, ohne dass die Masse der Fliegenschnur eine Beschleunigung erfährt. Bei der absolut steifen Fliegenrute führt jede anfängliche Bewegung unmittelbar zu einer Beschleunigung der Fliegenschnur, wofür schlagartig eine Kraft aufgewendet werden muss.

Seite 28:

11. Feststellung: *Das vom Werfer aufzuwendende Moment steigt im Quadrat zur Länge L der Fliegenrute an.*

Seite 30:

12. Feststellung: *Über den Weg der Rückstellung / Entladung der flexiblen Fliegenrute bringt der Werfer keine Arbeit bzw. Energie mehr ein, weil sich der Rotationswinkel nicht ändert ($\alpha=0$). Über den Weg der Rückstellung / Entladung arbeitet allein die flexible Fliegenrute und sie erhöht dabei gleichzeitig die Geschwindigkeit ihrer Spitze.*

Seite 32:

13. Feststellung: *Die flexible Fliegenrute überträgt die in den Griff eingegebene Energie zur Spitze hin (Effizienz) rd. doppelt so gut wie die absolut steife Fliegenrute.*

Seite 32:

14. Feststellung: *Je weniger Masse / Gewicht die Fliegenrute besitzt, desto mehr steigt bei gleicher Rotationsbewegung ihre Effizienz (bei ansonsten gleichbleibenden Eigenschaften der Fliegenrute).*

Seite 37:

15. Feststellung: *Allein durch die Wirkung der Drehimpulserhaltung nimmt die horizontale Geschwindigkeit der Spitze der flexiblen Fliegenrute innerhalb der 40° bis 90° Position um den Faktor 2,57 und innerhalb der 90° bis 140° Position noch einmal um den Faktor 1,31 zu. Gerade während sich die Biegung aufbaut, wird die horizontale Geschwindigkeit deutlich gesteigert. Die Abnahme dieser Geschwindigkeit über den Weg der Rückstellung / Entladung auf den Faktor 0,30 wird durch die einsetzende Entspannung der Fliegenrute (Federwirkung) kompensiert.*

Seite 39:

16. Feststellung: *Je kürzer eine Fliegenrute ist, desto mehr trägt die Translationsbewegung zum gesamten, horizontalen Weg der Rutenspitze bei. Und je länger eine Fliegenrute ist, desto weniger trägt die Translationsbewegung zum gesamten, horizontalen Weg der Rutenspitze bei.*

Seite 42:

17. Feststellung: *Weder mit einer reinen Rotations- noch mit einer reinen Translationsbewegung kann die Effizienz der masselosen, absolut steifen Fliegenrute über den Wert von 1,0 gesteigert werden. Die absolut steife Fliegenrute kann auch bei keiner anderen denkbaren Bewegung, keinem anderen Weg, Rotationswinkel oder Geschwindigkeitsverlauf Hilfe für eine bessere Übertragung der Energie vom Griff zur Spitze anbieten. Aus diesem Grunde erfährt sie durch die meinen Untersuchungen zugrunde gelegten Rotationsbewegung keine Nachteile.*

Seite 43:

18. Feststellung: *Es ist gerade die Rotationsbewegung, welche die Geschwindigkeit der Spitze am meisten steigert. Der Werfer der absolut steifen Fliegenrute muss bei längeren Fliegenruten und größerem Rotationswinkel genau auf diesen Vorteil zunehmend verzichten, weil er mit der Spitze entweder den geraden Weg verlassen oder im Griff eine vertikale Ausgleichsbewegung (Hub) ausführen muss, die mit zunehmender Rutenlänge immer schwieriger bis unmöglich wird.*

Seite 44:

Fazit: *Aus meinen Untersuchungen geht hervor, dass die Biegung der Fliegenrute über die gesamte Dauer des Wurfes Vorteile bringt, die im Wesentlichen aus dem Zusammenspiel zwischen der Drehimpulserhaltung und der Federenergie kommen und dass die Translationsbewegung dabei helfen kann, diese Effekte besser zu nutzen. Wegen der fehlenden Biegung besitzt die absolut steife Fliegenrute solche Vorteile nicht. Die flexible Fliegenrute überträgt in meiner Wurfsequenz die in den Griff eingegebene Energie in die Spitze deutlich effizienter, als es die absolut steife Fliegenrute kann.*

Seite 46:

„Je optimaler der Werfer die Biegung der Fliegenrute innerhalb ihres Leistungsvermögens abrufft, desto effizienter überträgt die Fliegenrute die vom Werfer eingegebene Energie in ihre Spitze.“